

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
з дисципліни

“Основи будівельної механіки і проектування металоконструкцій”

Краматорськ 2019

Зміст

1 Введення.....	Ошибка! Закладка не определена.
2 Спорудження і його елементи	Ошибка! Закладка не определена.
3 Розрахункова схема спорудження	Ошибка! Закладка не определена.
4 Типи опор.....	Ошибка! Закладка не определена.
5 Види розрахунків будівельної механіки	14
7 Основні етапи розрахунку металоконструкції на міцність.....	Ошибка! Закладка не определена.
8 Визначення зусиль у стрижнях плоских ферм при дії нерухомого навантаження.....	20
8.1 Графічні методи.....	21
8.2 Аналітичні методи.....	Ошибка! Закладка не определена.
9 Розрахунок статично невизначених систем	Ошибка! Закладка не определена.
9.1 Формула Мора для визначення переміщень в статично невизначених системах.....	24
9.2 Розрахунок статично невизначених систем методом сил.....	17
10 Ідея методу кінцевих елементів	29
11 Розрахунок конструкцій при дії рухомого навантаження.....	32
12 Загальний принцип побудови лінії впливу простої балки.....	Ошибка! Закладка не определена.
13 Побудова ліній впливу фермених конструкцій	36
14 Завантаження лінії впливу реальними силами.....	35
15 «Розрахункове положення» при дії рухомого навантаження	38
Література.....	71

ВВЕДЕННЯ

Під металоконструкцією в інженерній практиці розуміють вироби, які складаються з прокатних профілів, з'єднаних між собою переважно зварюванням. В інженерній практиці всі металеві конструкції розділяють по призначенню на будівельні й машинобудівні. До першої групи належать такі конструкції як сталеві каркаси і перекриття промислових будинків, радіо й телевізійні вишки, металеві спорудження мостів та інше.

Вважається, що будівельна механіка виникла порівняно недавно, після виходу в світ в 1638 році наукової роботи великого італійського вченого Галілео Галілея «Беседи і математичні докази, що стосуються двох нових галузей науки, які відносяться до механіки і місцевого руху...».

Будівельна механіка є частиною загальної механіки. В XIX віці, після бурхливого початку будівництва залізниць, мостів, великих кораблів, гребель, різних промислових споруд, будівельна механіка стала самостійною наукою. А у XX віці в результаті розвитку методів розрахунку і комп'ютерних технологій будівельна механіка піднялася на сучасний високий рівень.

1 СПОРУДЖЕННЯ ТА ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ

1.1 Математична модель спорудження

Чим детальніше вивчаються внутрішня будова споруди, навантаження, що діє на нього, і особливості матеріалу, тим складніше стає його математична модель. На наступній схемі (рис. 1.1) показані основні чинники, що впливають на особливості розрахунку споруди.

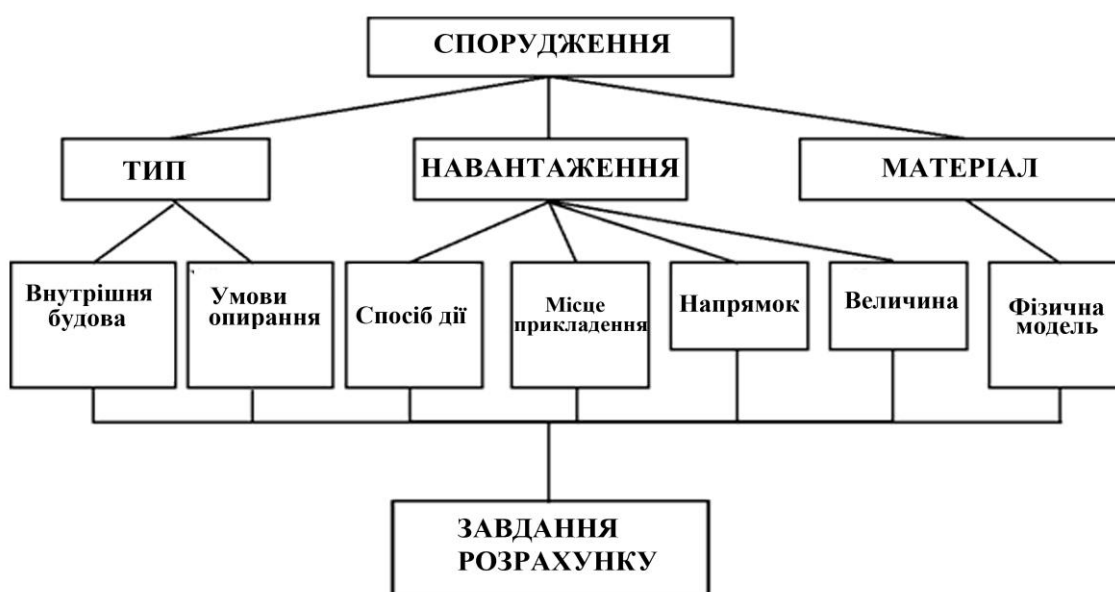


Рис.1.1 Чинники які впливають на особливості розрахунку споруджень

У будівельній механіці велике місце займають статичні і динамічні завдання. Якщо в статистиці споруд зовнішнє навантаження постійне і елементи і частини системи знаходяться в рівновазі, то в динаміці споруд розглядається рух системи під впливом змінних динамічних навантажень.

Методи проектування й розрахунку таких конструкцій вивчають у будівельних ВНЗ.

У нашій курсі розглядаються тільки металеві конструкції підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх машин і обладнання (ПТБіДМ).

У ПТБіДМ металокопструкції являють собою кістяк машини на який кріпляться механізми. Маса й вартість металокопструкції, в основному, і

визначають масу й вартість машини. У вантажопідйомних кранах металоконструкція є на стільки відповідальною складовою, що кран існує, поки існує його металоконструкція

Теоретичною базою розрахунку металоконструкції є «будівельна механіка». Будівельна механіка – це дисципліна, що вивчає методи розрахунку інженерних споруджень на міцність, твердість і стійкість.

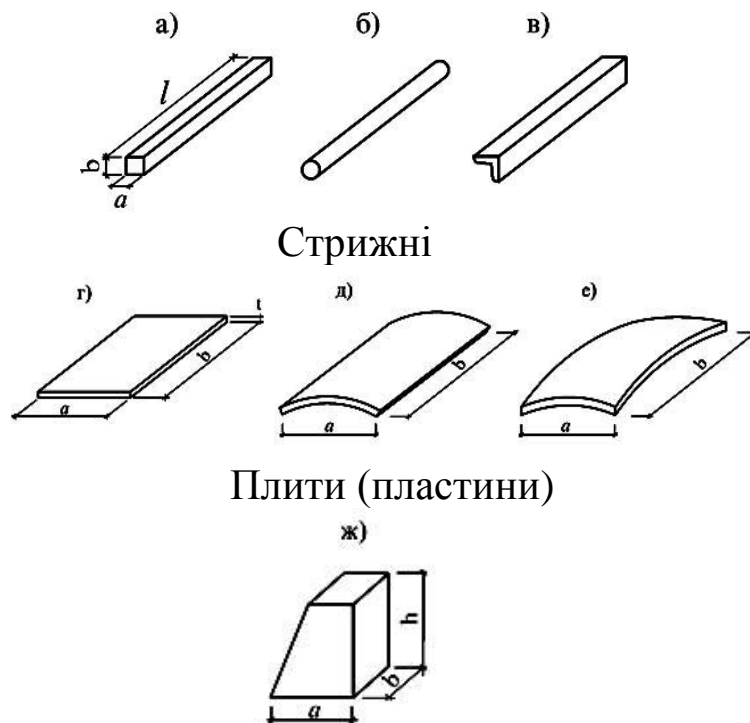
Споруди вельми всілякі. Тому вони і класифікуються по-різному. Наприклад, лише за призначенням споруди діляться на промислові, суспільні, житлові, транспортні, гідротехнічних, підземні, сільськогосподарські, військові і т.і.

У спорудах використовуються елементи різних типів:

1) **стрижні** – прямі або криволінійні елементи, поперечні розміри **a** і **b** яких набагато менше довжини **l** ;

2) **плити** – елементи, товщина яких **t** менше інших розмірів **a** и **b**; плити можуть бути прямі, и криві в одному або двох напрямках (рис. 1.2 д, е);

3) **масивні тіла** – елементи, всі три розміри яких одного порядку (рис. 1.2ж).



Масивні тіла

Рис.1.2 Типи елементів споруджень

Прості споруди, що складаються з таких елементів, можна підрозділяти на наступні типи – *стержньові спорудження* (рис. 1.3 а, б), *складчатые сооружения* (рис. 1.3 в), *оболочки* (рис. 1.3 г) и *массивные сооружения* – опорные стенки (рис. 1.3 д) и каменные своды (рис. 1.3 е):

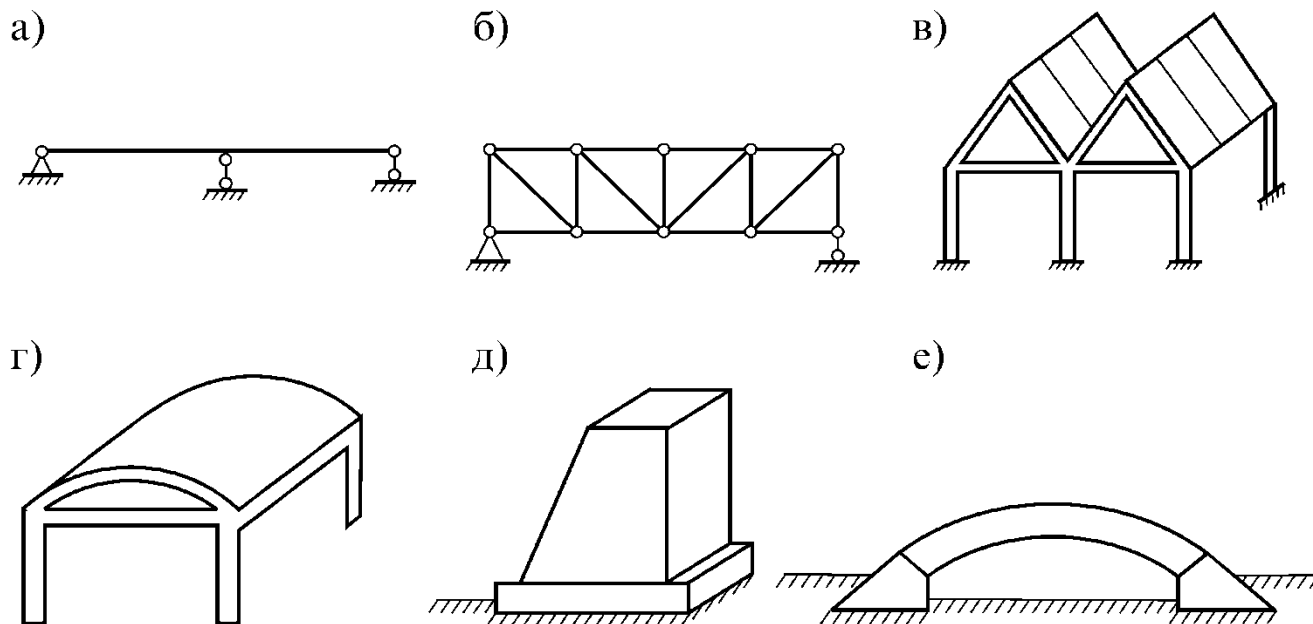


Рис. 1.3 Типи простих споруд

Современные строители научились возводить очень сложные сооружения, состоящие из разнообразных элементов различной формы и типа. Например, достаточно распространенным является сооружение, у которого основание массивное, средняя часть может состоять из колонн стержневого типа и плит, а верхняя часть – из плит или оболочек.

1.3 Розрахункові схеми та їх класифікація

Все особенности сооружений учесть невозможно. Поэтому приходится рассматривать их в упрощенном виде. Упрощенная модель сооружения называется *расчетной схемой*. Расчетная схема, представленная в виде системы элементов, называется *системой*.

Любое сооружение представляет собой пространственный объект. Действующая на него внешняя нагрузка также является пространственной. Значит, и расчетную схему сооружения надо выбирать как пространственную. Однако такая схема приводит к сложной задаче составления и решения большого числа уравнений.

Поэтому реальное сооружение (рис. 1.4 а) стараются привести к плоской системе (рис. 1.4 б).

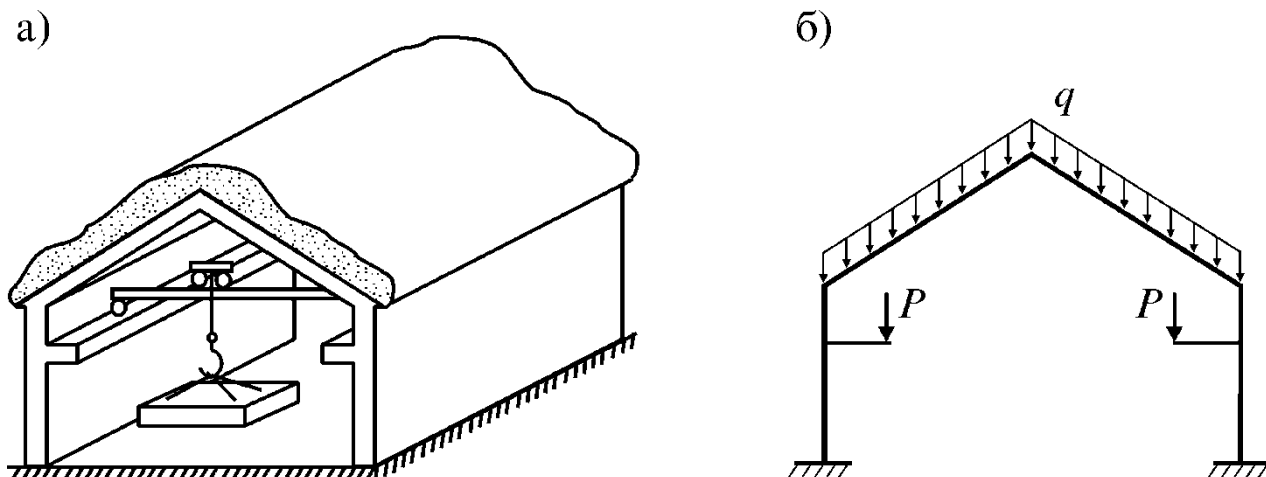


Рис. 1.4

Переход от сооружения к его расчетной схеме является сложной и ответственной задачей. Правильная расчетная схема должна отражать основные особенности сооружения. А неправильный выбор расчетной схемы может привести к неправильным результатам.

Следует отметить, что для одного и того же сооружения можно выбирать разные расчетные схемы. Выбор хорошей расчетной схемы приводит к экономии вычислений и точности результатов расчета.

Расчетные схемы сооружений можно классифицировать по-разному. Например, различают плоские и пространственные расчетные схемы, расчетные схемы по типу или способу соединения элементов, по направлению опорных реакций, по статическим и динамическим особенностям и т.д.

Сооружения опираются или закрепляются к основанию через какие-то опорные устройства. Взаимосвязь между сооружением и его основанием в расчетных схемах учитывается с помощью специальных знаков – *опор*. В пространственных и плоских расчетных схемах используются много типов опор. В плоских системах встречаются следующие типы опор (табл. 1.1).

Таблиця 1.1. Основні типи опор плоских систем

Тип опори	Умовне позначення	Реакції	Переміщення
Шарнірна опора			 Δ – переміщення φ – кут повороту
Шарнірно нерухома опора			
Жорстко закріплена опора			 переміщень немає
Повзун			
Пружня опора (к-жорсткість)	а) б)	а) б)	а) б)

У будівельній механіці розроблено кілька характерних розрахункових схем, які використовуються в розрахунковій практиці, а саме:

1 **Балка** – це стрижень, що переважно працює на вигин (мал. 1).

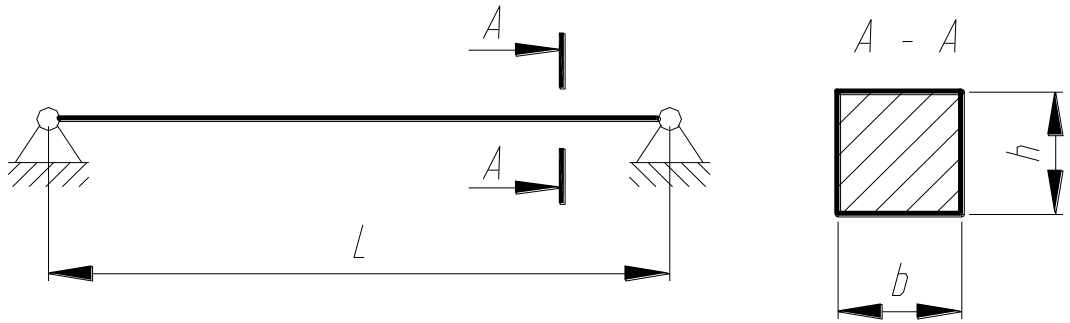


Рисунок 1 - Приклад балки

2 **Рама** – це стрижнева система, геометрична незмінюваність якої забезпечується винятково за рахунок твердого з'єднання стрижнів у вузлах.

Ознакою рами є те, що при заміні твердих вузлів шарнірами, вона перетворюється в механізм, тобто стає геометрично змінюваною, що не припустимо для розрахункових схем (мал. 2).

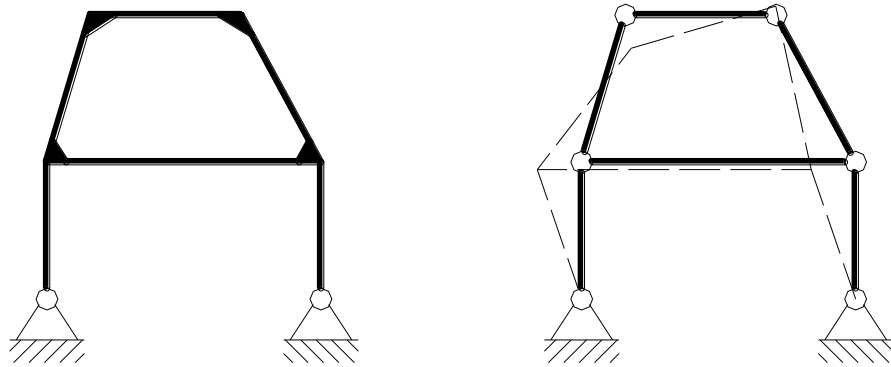


Рисунок 2 - Приклад рами

2 **Ферма** – це стрижнева система, геометрична незмінюваність якої забезпечена при шарнірному з'єднанні кінців стрижнів (мал. 3).

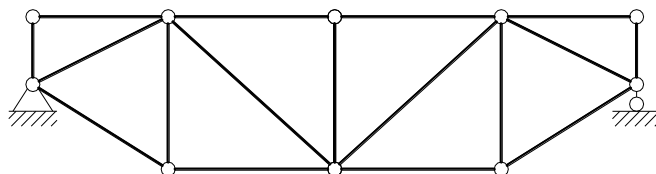


Рисунок 3 - Приклад ферми

3 **Пластина** – це конструкція, утворена двома паралельними площинами, відстань між якими значно менше двох інших розмір.

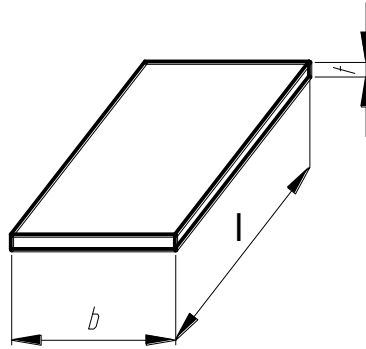


Рисунок 4 - Приклад пластини

5 **Оболонка** – це конструкція, утворена двома еквідистантними (на одній відстані) поверхнями, відстань між якими значно менше інших розмірів.

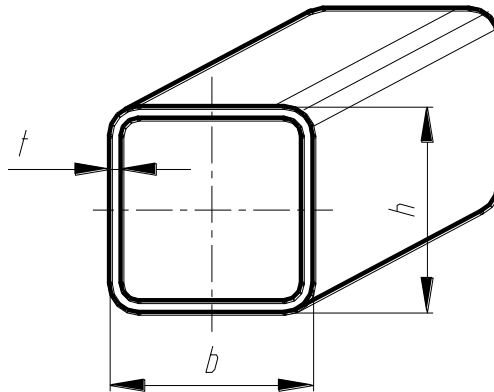


Рисунок 5 - Приклад оболонки

6 **Комбіновані розрахункові схеми** – виходять твердим або шарнірним з'єднанням стрижнів, пластин і оболонок.

Розрахункова схема виходить зі схеми реального спорудження шляхом відкидання несуттєвих особливостей. Залежно від того що

прийнято за несуттєві особливості, та сама конструкція (спорудження) може розраховуватися по різних розрахункових схемах.

Приклад вибору розрахункової схеми для металоконструкції стріли залізничного крана.

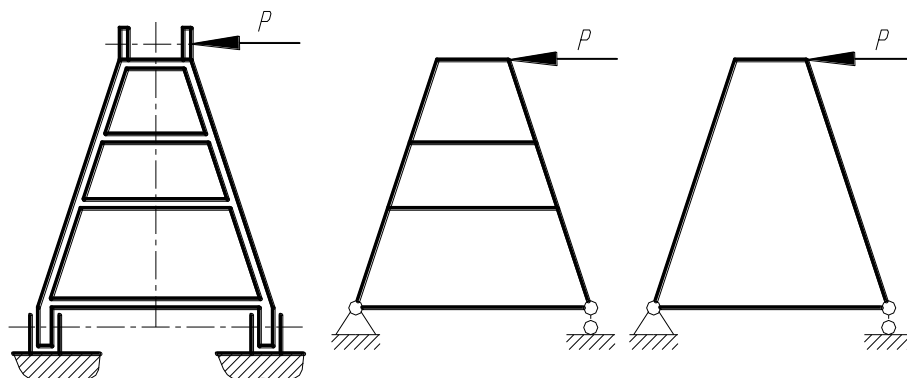


Рис. 6 Приклади розрахункових схем стріли залізничного крана

1.4 Види розрахунків будівельної механіки.

У сучасній інженерній практиці прийнято виділяти чотири види розрахунків:

1 Перевірочний розрахунок - відомі розміри всіх елементів спорудження, робочі креслення, потрібно виявити придатність спорудження до експлуатації за умовами міцності, твердості та стійкості.

2 Проектний розрахунок - задані схема спорудження, матеріал і умови експлуатації, потрібно визначити розміри елементів, при яких забезпечується їхня міцність, твердість і стійкість.

3 Проектувально-оптимізаційний розрахунок: заданий те ж що й при проектному розрахунку, потрібно визначити розміри елементів, що забезпечують міцність, твердість і стійкість спорудження, але при мінімумі витрат матеріалів.

4 Імовірнісний розрахунок - той же оптимізаційний, але додатково потрібне забезпечення міцності, твердості, стійкості із заданою ймовірністю.

Список літератури: [2] с.3...19; [6], с.5...11; с. 7...14; [7], с.5...6;

Питання для самоперевірки

1. Що розуміється під металоконструкцією?
2. Чи можна при масовому виробництві металоконструкцій використовувати литі елементи?
3. Яка роль металоконструкції в машині?
4. Що вивчає будівельна механіка?
5. Приведіть чотири основних типи розрахунків.
6. У якому випадку проводять перевірочний розрахунок?
7. У якому випадку проводять проектувальний розрахунок?
8. Що таке проектувально-оптимізаційний розрахунок?
9. Що таке імовірнісний розрахунок?

2 ОСНОВНІ ЕТАПИ РОЗРАХУНКУ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЇ НА МІЦНІСТЬ

Будь-який розрахунок інженерного спорудження методом будівельної механіки обов'язково повинен містити в собі п'ять основних етапів:

- 1 Вибір розрахункової схеми.
- 2 Визначення навантажень і введення їх у розрахункову схему.
- 3 Визначення внутрішніх силових факторів (згинальних моментів, поздовжніх і поперечних сил).
- 4 Обчислення напруг.
- 5 Складання й перевірка критеріального рівняння придатності конструкції до експлуатації за умовами міцності, твердості й стійкості.

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad f_{\max} \leq [f] \quad (1)$$

З одним з таких методів ми знайомі з опору матеріалів і деталей машин:

Справжній метод допустимих напружень застарів і на його місце прийшов метод граничних станів.

До розрахункових схем пред'являються такі обов'язкові вимоги:

- 1 Розрахункова схема повинна бути геометрично незмінна;
- 2 Всі спрощення (відкидання несуттєвих особливостей) повинні йти в запас надійності розрахунку, тобто розрахункова схема повинна бути слабкіше вихідної схеми;
- 3 Розрахункова схема повинна бути нерухомо закріплена;
- 4 Після відкидання опор і прикладених замість них опорних реакцій, схема повинна перебувати в рівновазі:

$$\begin{aligned} \Sigma P_x &= 0; \\ \Sigma P_y &= 0; \\ \Sigma P_z &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

2.1 Перевірка розрахункових схем на геометричну незмінюваність

Це завдання полягає у визначенні ступенів свободи системи. Системи можуть складатися зі стрижнів, пластин і оболонок з'єднаних між собою шарнірами. Ці стрижні, платини й оболонки будемо називати дисками. У таких системах розрізняють прості й складні шарніри.

Простий шарнір – з'єднує між собою два диски

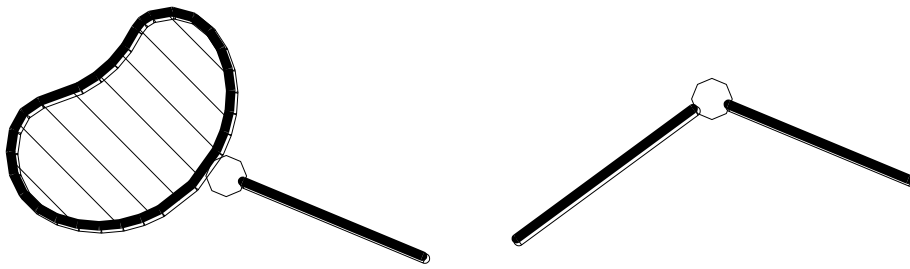


Рисунок 7 - Приклад простого шарніра

Простий шарнір накладає на систему два зв'язки, тобто не допускає рух по x і y .

Складний шарнір – з'єднує в одній точці кілька дисків.

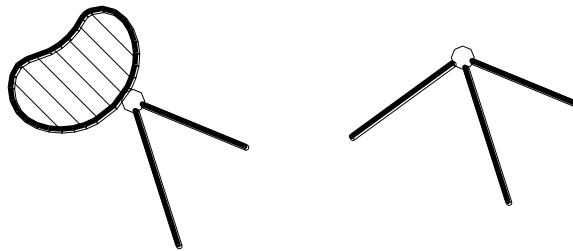


Рисунок 8 - Приклад складного шарніра

Якщо складний шарнір з'єднує n дисків, він буде еквівалентний **$n-1$** простих шарнірів.

Оскільки кожний диск у вільному стані має три ступені свободи, то загальне число ступенів свободи системи:

$$W = 3n - 2Ш - С, \quad (3)$$

де Ш – число простих шарнірів;

С - число зв'язків з нерухливою підставою.

У результаті підрахунку може виявитися три випадки:

1. $W > 0$ - система геометрично змінювана, що не припустимо.

2. $W < 0$ - система геометрично не змінювана й статично невизначена.

3. $W = 0$ - ця система в більшості випадків геометрично не змінювана й статично визначена, але потрібна перевірка на миттєву геометричну змінюваність.

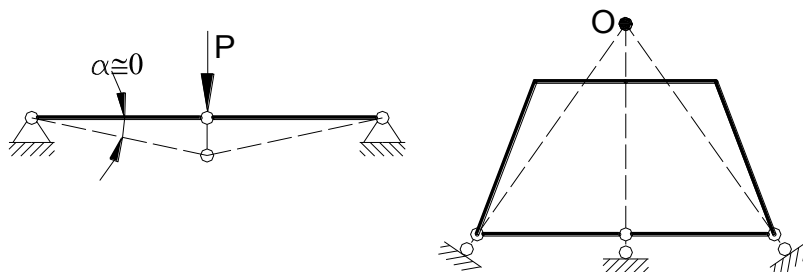


Рис. 9 Приклад миттєво змінюваних систем

Застосування миттєво змінюваних систем як розрахункові схеми неприпустимо.

Приклад кінематичного аналізу

Перевірити на геометричну незмінюваність наступну систему.

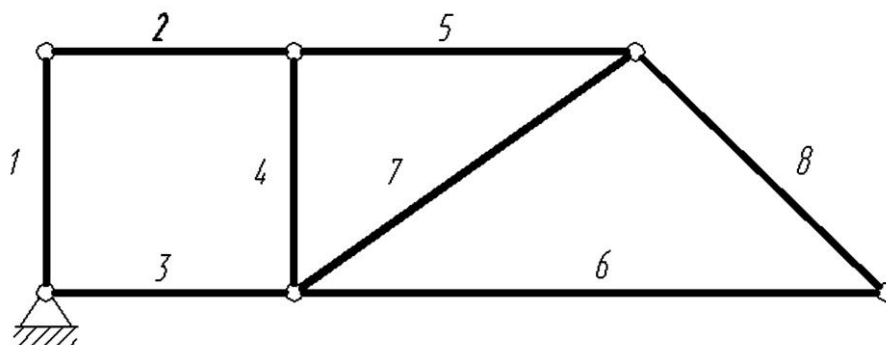


Рис. 10 Стрижнева система

Стрижнева система на малюнку 10 містить 8 стрижнів ($n=8$), число простих шарнірів $Ш=10$, чисел зв'язків з нерухливою підставою $C=2$.

$$W = 3n - 2Ш - C = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 - 2 = 2.$$

Система має два ступені рухливості, тобто не може використовуватися як розрахункова схема.

Список літератури: [2] с.3...19; [6], с.5...11; с. 7...14; [7], с.5...6; [18], с. 9...23.

Питання для самоперевірки

1. Назвіть основні етапи розрахунку металоконструкцій на міцність.
2. Що таке розрахункова схема? Пояснити на прикладі.
3. Які навантаження сприймають балка, рама й ферма?
4. Приведіть характерні види розрахункових схем. Поясніть їхню відмінність.
5. Відмінність пластини від оболонки. Приведіть приклад використання оболонки.
6. Приведіть приклад комбінованої розрахункової схеми.
7. Які вимоги пред'являють до розрахункових схем?
8. Дайте визначення простого й складного шарніра. Приведіть приклад.
9. Як визначити загальне число ступенів волі системи?
10. Приведіть три випадки, які можуть мати місце при розрахунку ступенів волі системи. Поясніть на прикладі.

3 ОСНОВНА ТЕРМІНОЛОГІЯ Й КЛАСИФІКАЦІЯ ФЕРМ. ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ФЕРМИ

Класична теорія розрахунку ферм базується на наступних допущеннях:

1. Геометричні осі всіх стрижнів ідеально прямі;
2. У вузлах геометричні осі стрижнів сходяться в одній крапці;
3. В усі вузли встановлені ідеальні шарніри, тобто шарніри без тертя;
4. Навантаження прикладені тільки у вузлах у вигляді зосереджених сил;

У реальних фермах ці допущення, як правило, не виконуються, що вносить помилку в розрахунок. Але ці помилки несуттєві й не враховуються, тому що йдуть у запас надійності.

Ферма - це стрижнева система, геометрична незмінюваність якої забезпечена при шарнірному з'єднанні кінців стрижнів.

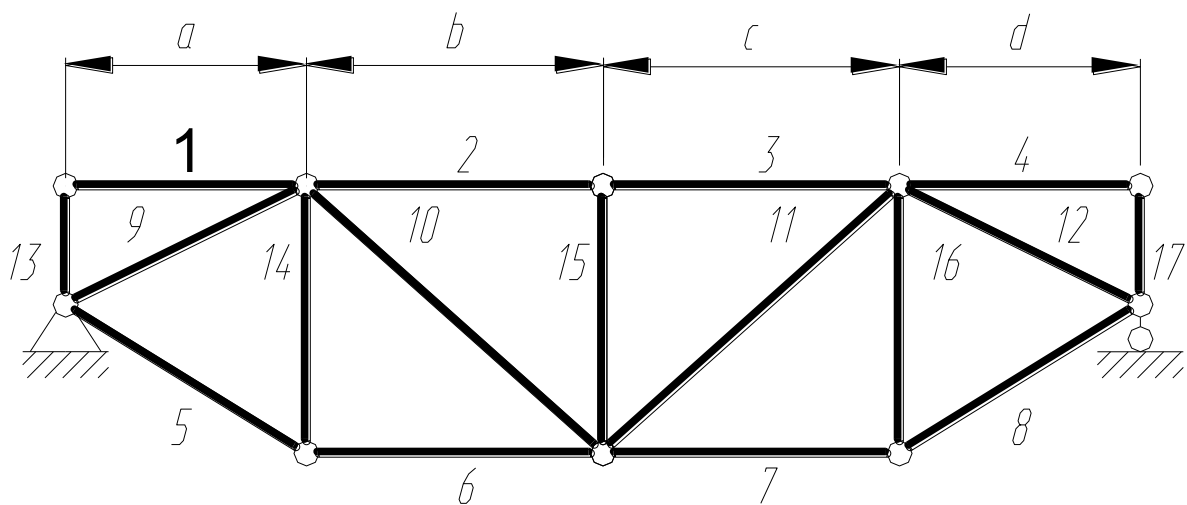


Рис.11 Приклад розрахункової схеми ферми

Типи стрижнів ферми на рис. 11:

1 Стрижні утворюючі верхні й нижні границі ферми одержали назву поясні (1,2,3,4 – стрижні верхнього пояса, 5,6,7,8 – стрижні нижнього пояса);

2 Похилі стрижні, що з'єднують верхній і нижній пояси називаються розкоси (9,10,11,12 – розкоси);

3 Вертикальні стрижні, що з'єднують верхній і нижній пояси одержали назву стійки (13,14,15,16,17 – стійки).

Ділянки поясів між сусідніми вузлами одержали назву панелі (А, В, С, D - панелі).

Вузли - місця з'єднання кінців стрижнів.

Сукупність стрижнів, що з'єднують верхній і нижній пояси, одержали назву грати (розкосі стійки в цілому утворюють грати).

Ферми класифікують по декількох ознаках:

1 По способу розміщення опор:

а) Балкові ферми, у яких відстань між опорами L значно більше висоти $h_{\text{ф}}$ ферми (мал. 12);

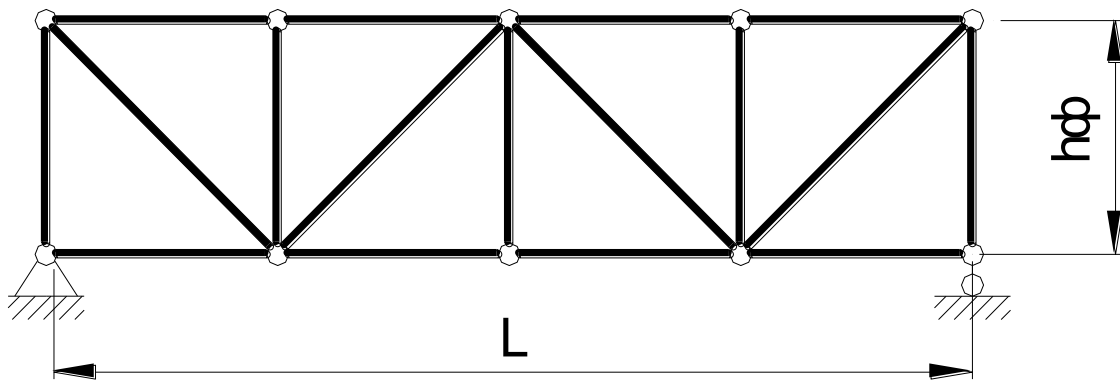


Рис. 12 Балкова ферма

б) Консольні ферми, у яких відстань між опорами L значно менше висоти $h_{\text{ф}}$ ферми (рис. 13);

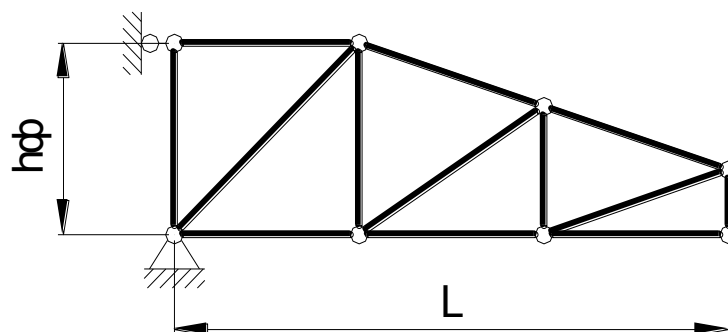


Рис. 13 Консольна ферма

2 За типом ґрат:

а) Із трикутними ґратами, коли розкоси в сусідніх панелях нахилені в різні сторони (рис. 12).

б) З розкосими ґратами, коли розкоси в сусідніх панелях нахилені в одну сторону (рис 13).

в) Із хрестовими ґратами

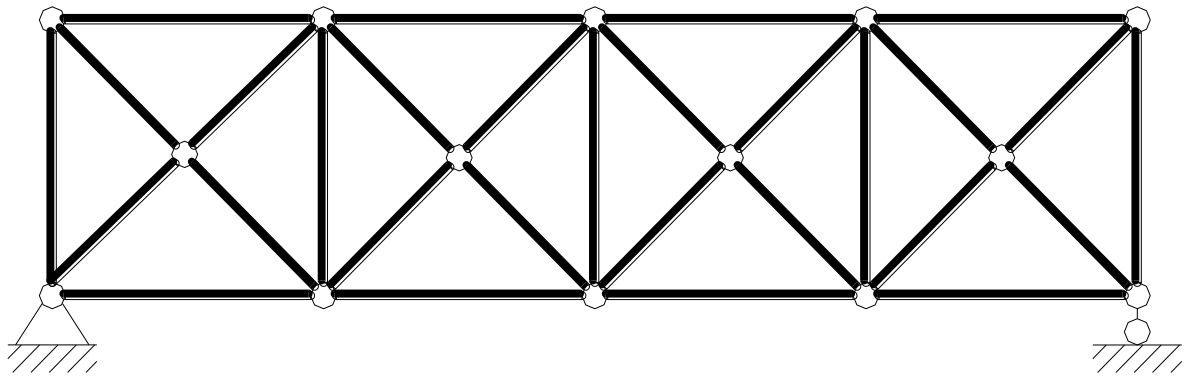


Рис. 14 Ферма із хрестовими ґратами

г) З V-подібними ґратами

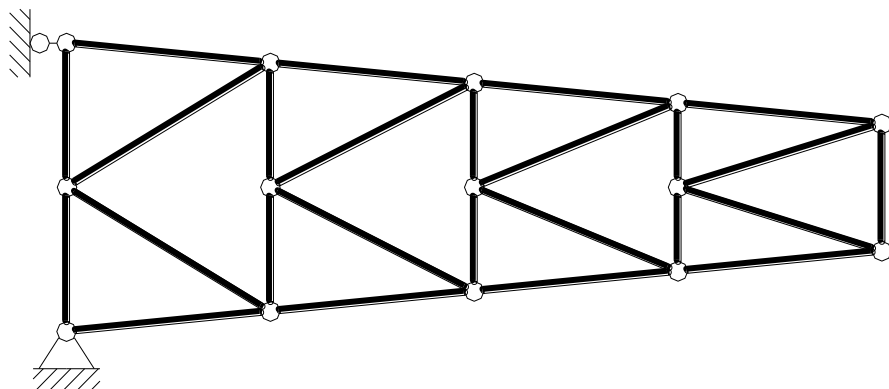


Рис. 15 Ферма з V-подібними ґратами

д) З додатковими ґратами

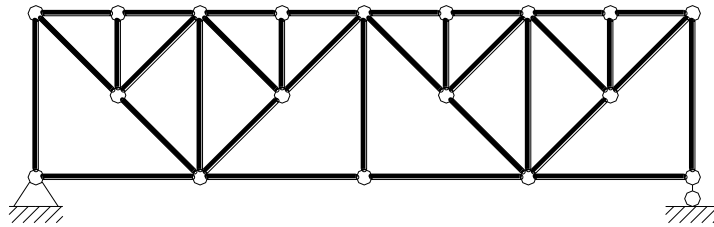


Рис. 15 Ферма з додатковими ґратами

Додаткові ґрати ще називають шпренгель, а ферму з додатковими ґратами називають шпренгельними.

3 По обрису поясів:

- а) З паралельними поясами;
- б) З ламаними поясами
- г) Із прямими не паралельними поясами

7 ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ У СТРИЖНЯХ ПЛОСКИХ ФЕРМ ПРИ ДІЇ НЕРУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ

В інженерній практиці знайшли застосування два основних методи: графічний і аналітичний, можливий так само змішаний метод

.

7.1 Графічний метод

В основу графічних методів покладені відомі твердження теоретичної механіки про те що, якщо тверде тіло під дією зовнішніх сил перебуває в рівновазі, то багатокутник, побудований з векторів цих сил, повинен бути замкнутим.

На практиці можливі два графічних методи:

1 Метод вирізання вузлів (метод Кульмана)

Він полягає в уявному вирізанні вузлів ферми, додатку до розрізаних стрижнів невідомих зусиль і побудові замкнутого силового багатокутника. При цьому є обов'язкова вимога, щоб у вирізаному вузлі, було не більше двох невідомих по величині, але відомих по напрямку сил.

Метод Кульмана не знайшов свого застосування через громіздкість.

2 Метод Максвелла - Кремони

Він заснований на сполученні розрізнених багатокутників Кульмана в компактну діаграму, що виявилось можливим завдяки наявності рівних сторін у багатокутниках Кульмана побудованих для сусідніх вузлів. Ця діаграма одержала назву діаграма Максвелла - Кремони.

При її побудові використовується спеціальна система позначень зусиль, у вигляді індексів полів.

Метод Вариньона для определения равнодействующей плоской системы сил, для нахождения реакций опор, изгибающих моментов в сечениях балки, положений центров тяжести и моментов инерции плоских фигур

7.2 Аналітичні методи

У будівельній механіці існує два аналітичних методи:

1 Метод вирізання вузлів;

2 Метод наскрізного перетину.

Ідея обох методів полягає в тому, що якщо з ферми шляхом уявного розрізування виділити її частина й у розрізаних стрижнях прикласти невідоме зусилля, те ця частина буде перебувати в рівновазі, а тому для неї можна записати 3 рівняння статички:

$$\left. \begin{aligned} \sum P_X &= 0; \\ \sum P_Y &= 0; \\ \sum P_Z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

7.2.1 Метод вирізання вузлів

Полягає в тому, що з ферми послідовно, подумки вирізьблюються вузли, розрізані стрижні замінюються невідомими зусиллями, складаються й вирішуються 2 перші рівняння статички:

$$\left. \begin{aligned} \sum P_X &= 0; \\ \sum P_Y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Так саме накладаються умови: починати розрахунок треба з вузла, у якому сходиться не більше 2-х стрижнів з невідомими зусиллями.

Метод не знайшов практичного застосування через те, що помилка допущена на початку розрахунку буде проходити через весь розрахунок.

Від цього недоліку вільний метод наскрізного перетину.

7.2.2 Метод наскрізного перетину

Метод наскрізного перетину полягає в тому, що ферму подумки розрізають на дві частини, тобто проводять наскрізний перетин. Цей перетин проводять так, щоб у розріз обов'язково потрапив стрижень, що цікавить нас, але всього не більше трьох стрижнів. Після цього одну частину ферми відкидають і розглядають рівновагу частини, що залишилася, при цьому до розрізаних стрижнів прикладають три невідомих зусилля.

Вводиться поняття моментна точка або точка Ріттера.

Моментна точка – це точка перетинання осей двох стрижнів, що потрапили в перетин зусилля, у яких визначаються в другу чергу.

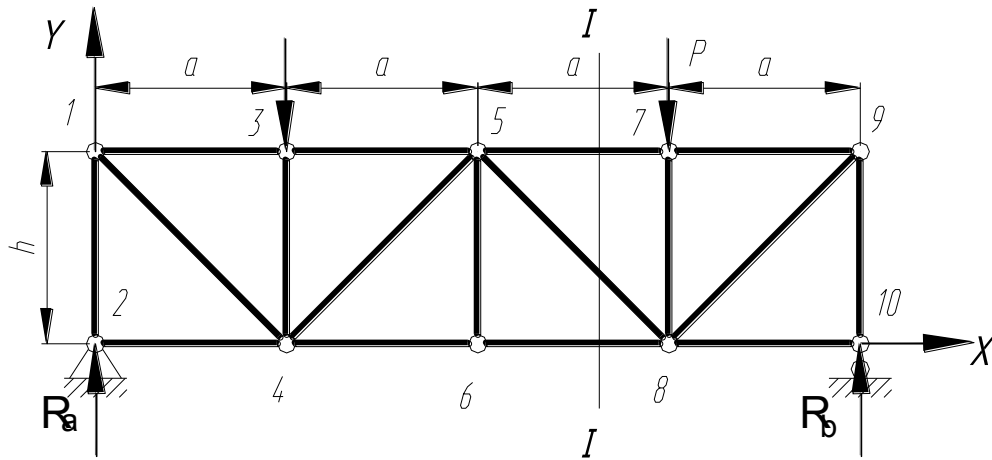


Рис. 16 Розрахунок ферма методом наскрізного перетину

Нехай необхідно визначити зусилля N_{5-8} , N_{5-7} , N_{6-8} . Проводимо наскрізний перетин I-I (рис. 16), відкидаємо ліву й розглядаємо праву частину усіченої частини.

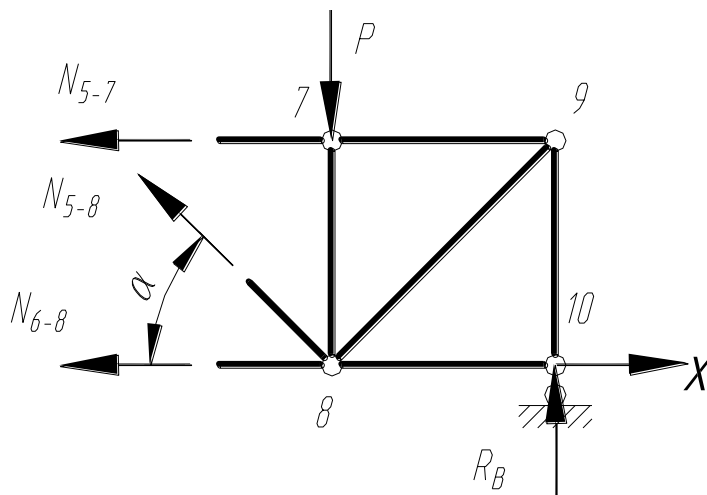


Рис. 17 Визначення зусилля в стрижні N 5-8

Для стрижня 5-8 моментна точка відсутня. Визначимо зусилля N_{5-8} склавши рівняння статки

$$\sum P_Y = 0;$$

$$N_{5-8} \cdot \sin \alpha - P + R_B = 0;$$

$$N_{5-8} = \frac{P - R_B}{\sin \alpha}.$$

Для зусиль N_{5-7} моментна точка буде у вузлі 8, тому що в цій точці перетинаються N_{5-8} і N_{6-8} , тому досить записати рівняння суми моментів відносно моментної точки.

$$\sum M_8 = 0.$$

Зусилля N_{5-8} і N_{6-8} моменту не дадуть через відсутність плеча, тобто момент буде тільки від шуканого зусилля й реакції.

$$- N_{5-7} \cdot h - R_B \cdot a = 0;$$

$$N_{5-7} = -\frac{R_B \cdot a}{h}.$$

Аналогічно для зусилля N_{6-8} моментна точка буде у вузлі 5.

$$\sum M_5 = 0.;$$

$$N_{6-8} \cdot h - R_B \cdot 2a = 0;$$

$$N_{6-8} = R_B \frac{2a}{h}.$$

7.3 Особливості розрахунку просторових ферм

Плоска ферма не стійка, тому в металоконструкціях не застосовується, а використовуються винятково просторові ферми.

Найпростіша просторова ферма являє собою елементарний тетраедр, складений з 6 стрижнів, і має 4 вузли.

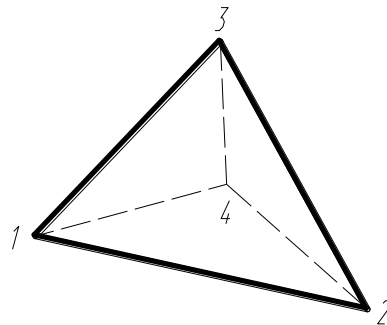


Рис. 18 Тетраедр

Цей елементарний тетраедр може бути розвинений у ферму будь-яких розмірів шляхом послідовного приєднання нових вузлів за допомогою 3-х стрижнів (рис 19).

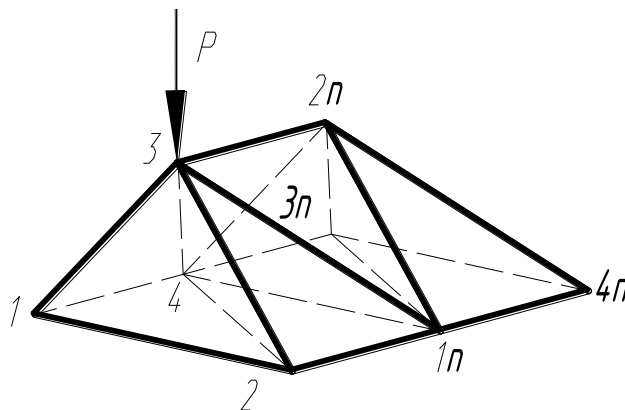


Рис. 19 Найпростіша просторова ферма

Утворені в такий спосіб ферми одержали назву найпростіші. Ферми, отримані будь-яким іншим способом, називають складні.

У найпростіших фермах існує однозначна залежність між числом вузлів і числом стрижнів. Цю залежність можна одержати шляхом наступних міркувань. Нехай ферма має "n" стрижнів і "m" вузлів. Це означає, що до елементарного тетраедра було приєднано (m-4) вузла, на це було витрачено 3(m-4) стрижнів. Якщо до цього числа додати 6 стрижнів елементарного тетраедра, то одержимо загальне число стрижнів у фермі:

$$n = 3(m - 4) + 6 = 3m - 6;$$

$$n = 3m - 6. \quad (6)$$

Можна легко показати, що якщо ця умова виконана, то ферма буде геометрично не змінюваною й статично визначеною.

Для визначення зусилля в стрижнях просторових ферм можна застосовувати ті ж аналітичні методи, що й для плоских ферм (тобто метод вирізання вузлів і метод наскрізного перетину). Однак при цьому необхідно записувати й вирішувати 6 рівнянь статики:

$$\left. \begin{aligned} \sum P_x &= 0; \\ \sum P_y &= 0; \\ \sum P_z &= 0; \\ \sum M_x &= 0; \\ \sum M_y &= 0; \\ \sum M_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Однак такий метод відрізняється громіздкістю й трудомісткістю, тому на практиці був запропонований і широко застосовується більше простий метод - метод поділу просторової ферми на плоскі.

Загальні рекомендації із цього методу наступні:

1. Із просторової ферми подумки виділяються плоскі ферми звичайно грані.
2. Використовуючи конкретні конструктивні особливості й особливості навантаження просторової ферми виділяють частини загальних навантажень які прикладають до виділених плоских ферм.
3. Далі застосовують добре розроблені методи розрахунку плоских ферм.

При такому підході всі спрощення повинні бути виконані так, щоб погрішність розрахунку збільшувала запас надійності конструкції.

Список літератури: [1] с.18...24, 31...36...36;[8]с.21...24; [10] с.146...150, [12] с.150...178.

Питання для самоперевірки

1. Дайте визначення розрахункової схеми «ферма».
2. На яких допущеннях базується теорія розрахунку ферм?
3. Які типи стрижнів може містити ферма? Покажіть на прикладі.
4. Що таке вузли й панелі? Покажіть на прикладі.
5. Класифікація ферм.
6. Відмінність балкової ферми від консольної. Покажіть на прикладі.
7. Приведіть приклад шпренгельної ферми. З якою метою вводяться додаткові стрижні?
8. Приведіть приклад ферми з ламаними поясами.
9. Які методи визначення зусиль у стрижнях ферм ви знаєте?
10. Графічні методи визначення зусиль у стрижнях ферм (метод Кульмана й метод Максвелла-Кремони). Їхні переваги й недоліки.
11. Аналітичні методи визначення зусиль у стрижнях ферм (метод вирізання вузлів і метод наскрізного перетину).
12. Переваги методу наскрізного перетину перед методом вирізання вузлів.
13. Скільки рівнянь статички можна скласти для плоскої ферми?
14. Скільки рівнянь статички можна скласти для просторової ферми?
15. Приведіть приклад найпростішої просторової ферми.
16. Способи визначення зусиль у стрижнях просторових ферм.
17. Приведіть приклад просторової ферми.
18. Чим ферма відрізняється від рами?
19. Які зусилля діють у стрижнях ферм?
20. Чи можна розраховувати ферму за розрахунковою схемою «рама»?

8 ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИЧНО НЕ ВИЗНАЧНИХ ПРУЖНИХ СИСТЕМ ЯК РОЗРАХУНКОВІ СХЕМИ ІНЖЕНЕРНИХ СПОРУДЖЕНЬ

Статично не визначними називають такі пружні системи, у яких число невідомих опорних реакцій і внутрішніх силових факторів перевищує число рівнянь статички (для плоских систем 3, а просторових 6).

Ці надлишкові невідомі одержали назву "зайві невідомі". Їхня поява обумовлена тим, що на систему накладені "зайві зв'язки".

Зайвими називають зв'язки, які накладені на систему понад мінімально необхідні для геометричної незмінюваності й нерухомості закріплення.

У розрахункових схемах металоконструкцій ПТБіДМ найчастіше застосовуються наступні невизначені системи:

1 Балки на багатьох опорах, так звані "нерозрізні балки"

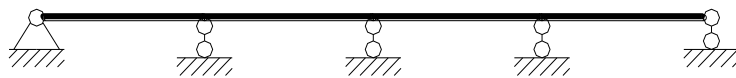


Рис.20 Балка на багатьох опорах

2 Ферми на багатьох опорах

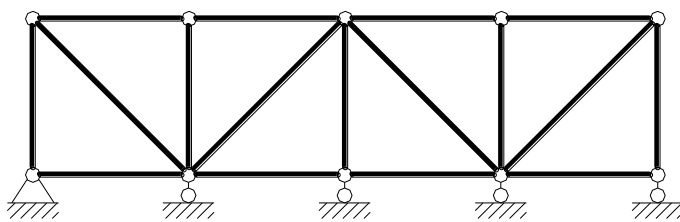


Рис. 21 Ферма на багатьох опорах

3 Шпренгельні балки



Рис.21 Шпренгельна балка

4 Ферми "зайві стрижні, що мають," у гратах

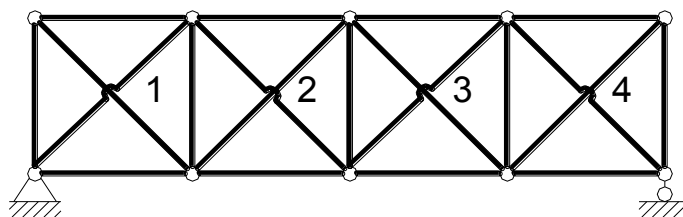


Рис. 22 Ферма з "зайвими стрижнями" у гратах

5 Статично невизначені рами

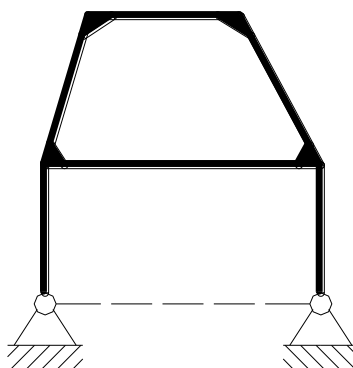


Рис. 23 Статично невизначена рама

Залежно від того, які фактори приймаються за невідомі в будівельній механіці, розроблені три методи:

- метод сил;
- метод переміщень;
- змішаний метод.

8.1 Метод сил

Цей метод докладно вивчався опором матеріалів, тому розглянемо його окремі, основні положення. За невідомі в цьому методі приймаються сили (опорні реакції, згинальні моменти, поперечні й поздовжні сили). Для визначення невідомих зусиль складаються й вирішуються канонічні рівняння методу сил.

Ідея методу складається у відкиданні зайвих в'язей і їхній заміні невідомими зусиллями. Так якщо ми маємо "n" невідомих зусиль, які позначимо через зусилля $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$, те канонічні рівняння методу сил будуть мати вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3 + \dots + \delta_{1j}x_j + \dots + \delta_{1n}x_n + \Delta_1P &= 0; \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3 + \dots + \delta_{2j}x_j + \dots + \delta_{2n}x_n + \Delta_2P &= 0; \\ \dots & \\ \delta_{i1}x_1 + \delta_{i2}x_2 + \delta_{i3}x_3 + \dots + \delta_{ij}x_j + \dots + \delta_{in}x_n + \Delta_{i1}P &= 0; \\ \dots & \\ \delta_{n1}x_1 + \delta_{n2}x_2 + \delta_{n3}x_3 + \dots + \delta_{nj}x_j + \dots + \delta_{nn}x_n + \Delta_nP &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Фізичний зміст кожного із цих рівнянь полягає в тому, що сумарне переміщення по напрямку будь-якого відкинутого зв'язку від невідомих зусиль і зовнішніх навантажень рівні 0, тому що в дійсності це сумарне переміщення є неможливим, тому що в його напрямку накладений зв'язок.

Вхідні в ці рівняння коефіцієнти одержали назву коефіцієнти канонічних рівнянь методу сил, вони також мають фізичний сенс переміщень по напрямку відкинутих зв'язків, але від невідомих прирівняних до одиниці.

Наприклад, δ_{ij} – являє собою переміщення у відкинутому зв'язку з індексом і від зусилля рівного одиниці з індексом j.

Вільні члени канонічних рівнянь також являють собою переміщення по напрямках відкинутих зв'язків, але від зовнішніх навантажень.

Наприклад, Δ_i - переміщення по напрямку відкинутого зв'язку з індексом і від зовнішнього навантаження P.

Розрахунок по методу сил виконується в наступній послідовності:

1 Складається вихідна розрахункова схема, що у методі сил одержала назву "задана система".

2 Вибирається так звана основна система шляхом відкидання зайвих зв'язків. Залежно від того які зв'язки приймаються за зайві для однієї й тої ж

заданої системи може бути кілька основних систем. Основна система завжди статично визначена.

3 У замін відкинутих зв'язків прикладають невідомі опорні реакції й внутрішні силові фактори. Після цього основна система перетворюється в так звану "еквівалентну систему".

4 У еквівалентній системі заміняють невідомі зусилля на відповідні одиничні зусилля.

5 Послідовно будуються епюри від кожної введеної в пункті 4 одиничної сили. Число одиничних епюр буде дорівнює числу невідомих.

6 Будуються епюри силових факторів від заданого навантаження.

7 Перемножуючи за правилом Верещагіна відповідні епюри від одиничних сил між собою обчислюють коефіцієнти канонічних рівнянь.

8 По тому ж правилу Верещагіна перемножується епюра від зовнішнього навантаження на відповідні епюри від одиничних сил, у результаті чого обчислюються вільні члени канонічних рівнянь.

9 Складаються й вирішуються канонічні рівняння методу сил, у результаті чого одержуємо невідомі зусилля: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$...

10 Невідомі перераховують в епюри згинальних моментів, поперечних і поздовжніх сил. При цьому використовуються вже наявні епюри від одиничних сил і зовнішнього навантаження.

Функції згинальних моментів, поперечних і поздовжніх сил у всіх стрижнях визначаються по формулах(9,10,11):

$$\begin{aligned} M(x) &= M(x_1) = I_1 x_1 + M(x_2) = I_2 x_2 + M(x_3) = I_3 x_3 + \dots + M(x_n) = I_n x_n + M(x_{n+1}) \\ Q(x) &= Q(x_1) = I_1 x_1 + Q(x_2) = I_2 x_2 + Q(x_3) = I_3 x_3 + \dots + Q(x_n) = I_n x_n + Q(x_{n+1}) \\ N(x) &= N(x_1) = I_1 x_1 + N(x_2) = I_2 x_2 + N(x_3) = I_3 x_3 + \dots + N(x_n) = I_n x_n + N(x_{n+1}), \end{aligned}$$

де $M(x)$, $Q(x)$, $N(x)$ - функції згинального моменту, поперечної й поздовжньої сили залежно від поздовжньої координати x (результуючої функції);

$M(x_i=1)$, $Q(x_i=1)$, $N(x_i=1)$ - функції згинального моменту, поперечних і поздовжніх сил залежно від координати x від одиничних зусиль;

$M(P)$, $Q(P)$, $N(P)$ - функції згинального моменту, поперечної й поздовжньої сили залежно від координати x від зовнішніх навантажень.

8.2 Метод переміщень

Ідея методу переміщень полягає в тому, що за невідомі приймаються не сили, а кутові й лінійні переміщення характерних точок системи: $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$...

Замість поняття "статична невизначеність" вводиться поняття "кінематична невизначеність". За ступінь кінематичної невизначеності приймається сума невідомих кутових і лінійних переміщень:

$$n = n_y + n_x. \quad (2)$$

У плоских стрижневих системах число невідомих кутових переміщень дорівнює числу незакріплених у площині твердих вузлів. Наприклад, для мал. 24 а, $n_y = 6$, для малюнка 24 б, $n_y = 1$.

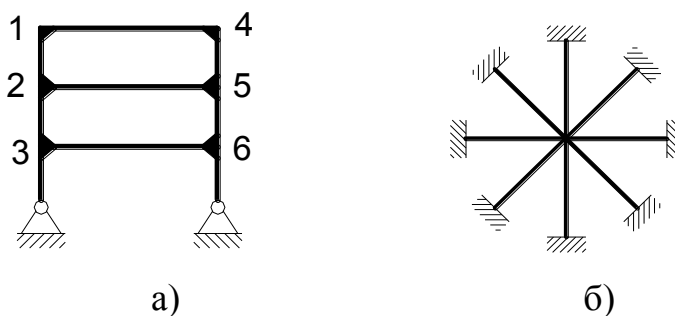


Рис. 24 Визначення числа кутових переміщень

Число невідомих лінійних переміщень визначається в такий спосіб:

1 Подумки в кожний твердий вузол урізається шарнір, після чого система стає геометрично змінюваною, тобто перетворюється в механізм;

2 На цю шарнірну систему накладають мінімальна кількість зв'язків, щоб зробити її геометрично незмінною;

3 Число накладених у пункті 2 зв'язків і буде кількістю невідомих лінійних переміщень.

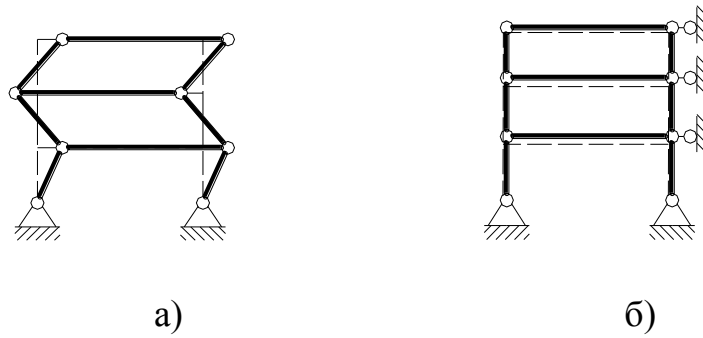


Рис. 25 Визначення числа лінійних переміщень

Ступінь кінематичної невизначеності системи на рис. 24 а, $n=6+3=9$, системи на рис. 24 б, $n=1$.

Основна система в методі переміщень виходить не відкиданням зайвих зв'язків, а навпаки введенням додаткових штучних зв'язків ліквідуючих невідоме переміщення.

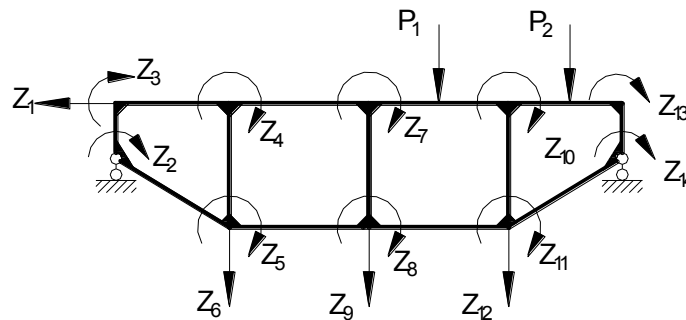


Рис. 26 Схема розміщення невідомих переміщень

Ступінь кінематичної невизначеності системи на рис. 26, $n=14$

Для одержання основної системи методу переміщень необхідно "ліквідувати" всі невідомі переміщення шляхом установки штучних закладень в усі незакріплені вузли й установки шарнірних стрижнів для ліквідації лінійних переміщень.

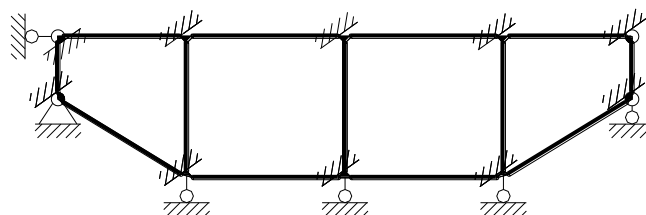


Рис. 27 Основна система методу переміщень

Застосовувані тут закладення відрізняються від загальноприйнятих в опорі матеріалів, а саме: вони забороняють поворот вузла, але не забороняють його лінійних переміщень уздовж x і y .

Еквівалентна система методу переміщень виходить шляхом повідомлення (додання) штучно накладеним зв'язкам відповідних переміщень невідомих.

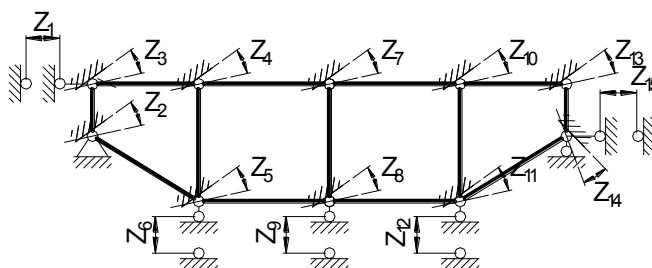


Рис. 28 Еквівалентна система методу переміщень

Накладається також умова, що стрижні можуть тільки вигинатись й не можуть деформуватися в осьовому напрямку.

Після додання штучно накладеним зв'язкам невідомих переміщень у них виникнуть реакції.

8.2.1 Канонічні рівняння методу переміщень

Їх становлять із умови, що сумарні реакції в штучно накладених зв'язках після їхнього зсуву на величину невідомих переміщень і додатка зовнішніх навантажень повинні бути дорівнюють нулю, тому що в дійсності цих зв'язків немає.

Сумарні реакції

$$\left. \begin{array}{l} \text{В } 1\text{-й зв'язи} \\ \text{В } 2\text{-й зв'язи} \\ \dots \\ \text{В } 15\text{-й зв'язи} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} R_1 \overline{\epsilon}_1 + R_1 \overline{\epsilon}_2 + R_1 \overline{\epsilon}_3 + \dots + R_1 \overline{\epsilon}_j + R_1 \overline{P} = 0; \\ R_2 \overline{\epsilon}_1 + R_2 \overline{\epsilon}_2 + R_2 \overline{\epsilon}_3 + \dots + R_2 \overline{\epsilon}_j + R_2 \overline{P} = 0; \\ \dots \\ R_{15} \overline{\epsilon}_1 + R_{15} \overline{\epsilon}_2 + R_{15} \overline{\epsilon}_3 + \dots + R_{15} \overline{\epsilon}_j + R_{15} \overline{P} = 0, \end{array} \right\} \quad (3)$$

де $R_i(z_j)$ - реакція в штучно накладеному зв'язку з індексом i від невідомого переміщення з індексом j ;

$R_i(P)$ - реакція в штучно накладеному зв'язку з індексом i від зовнішніх навантажень.

Доданки в цих рівняннях, крім останніх, можна виразити як добутки реакцій викликаних одиничним переміщенням на фактичну довжину переміщення:

$$R_i \left(\left. \vphantom{R_i} \right\} r_{ij} \cdot z_j \right) \quad (4)$$

де r_{ij} - реакція в штучно накладеному зв'язку з індексом i від невідомого переміщення з індексом j рівного 1.

Підставивши вираження (2) у рівняння (1) одержимо остаточний вид канонічних рівнянь методу переміщень:

$$\left. \begin{aligned} r_{11}z_1 + r_{12}z_2 + r_{13}z_3 + \dots + r_{1j} \left(\left. \vphantom{r_{1j}} \right\} \dots + r_{115}z_{15} + R_1 \right) &= 0; \\ r_{21}z_1 + r_{22}z_2 + r_{23}z_3 + \dots + r_{2j} \left(\left. \vphantom{r_{2j}} \right\} \dots + r_{215}z_{15} + R_2 \right) &= 0; \\ \dots & \\ \dots & \\ r_{151}z_1 + r_{152}z_2 + r_{153}z_3 + \dots + r_{15j} \left(\left. \vphantom{r_{15j}} \right\} \dots + r_{1515}z_{15} + R_{15} \right) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де r_{ij} - коефіцієнти канонічних рівнянь по методу переміщень, їхній фізичний зміст полягає в тому, що вони являють собою реакції в штучно накладених зв'язках від відповідних одиничних переміщень.

Що складаються $R_i(P)$ одержали назву вільні члени канонічних рівнянь методу переміщень, їхній фізичний зміст полягає в тому, що вони являють собою реакції в штучно накладених зв'язках від зовнішнього навантаження.

Для обчислення коефіцієнтів канонічних рівнянь і вільних членів використовуються готові рішення для балок із затисненими кінцями, які приводяться в довідниках.

У загальному випадку розрахунок статично невизначених систем по методу переміщень проводиться в наступній послідовності:

1 Складається задана система, це вихідна розрахункова схема, вона нічим не відрізняється від тої що була в методі сил;

2 Шляхом накладення штучних зв'язків, що ліквідують всі невідомі переміщення, одержують основну систему методу переміщень;

3 Шляхом додання штучно накладеним зв'язкам відповідних переміщень і додатка зовнішнього навантаження одержують еквівалентну систему методу переміщень;

4 Складаються канонічні рівняння методу переміщень;

5 Обчислюються коефіцієнти й вільні члени канонічних рівнянь, при цьому використовуються готові рішення для балок із затисненими кінцями з довідника;

6 Вирішують систему канонічних рівнянь, у результаті чого обчислюють невідомі переміщення;

7 Обчислене переміщення перераховують у невідомі силові фактори (моменти, поперечні й поздовжні сили), при цьому також обов'язково використовуються готові рішення для балок із затисненими кінцями.

8.3 Переваги й недоліки статично невизначених систем

Основною перевагою статично невизначених систем є їх більш рівномірно розподілені по елементах силові фактори (рис. 29).

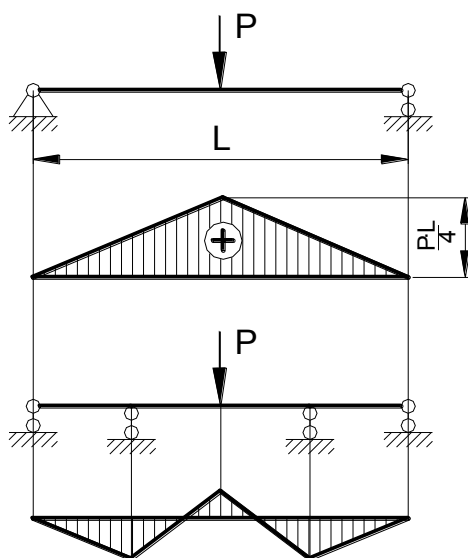


Рис. 29 Епюри моментів статично визначеної й статично невизначених балок

Однак їм властивий цілий ряд недоліків, а саме:

1 Чутливість до неточності монтажу, коли неточності виконання розмірів елементів компенсуються деформаціями елементів при монтажі. У цьому випадку в конструкції виникає напруга до додатка зовнішніх навантажень, які при проектуванні не враховуються.

2 Вони чутливі до осідання опор.

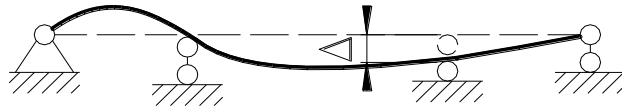


Рис. 30 Деформація нерозрізної балки при осіданні однієї з опор

3 Вони чутливі до змін температури. Коли теплові деформації соромляться зв'язками, що викликає теплові напруги в елементах.

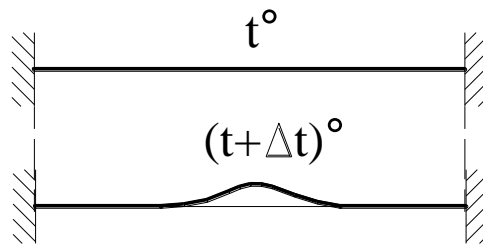


Рис.31 Деформація затисненого стрижня при зміні температури

4 Складність виконання проектних розрахунків, тому що для визначення розмірів елементів необхідно знати внутрішні силові фактори, а для їхнього визначення, крім зовнішніх навантажень, потрібні ще й твердості елементів, які ще у свою чергу залежать від розмірів. Звичайно на практиці в таких випадках попередньо задаються розміри.

9 Основа розрахунку інженерних споруджень на жорсткість

Розрахунок на жорсткість звичайно полягає в тому, що обчислюють пружні переміщення в характерних точках спорудження й потім порівнюють із гранично припустимими. Наприклад, для мостових кранів за таку точками приймається середина прольоту, гранично припустимий прогин його наведений у довідниках, він становить:

$$f \leq \left(\frac{1}{400} \dots \frac{1}{700} \right) \cdot L \quad (6)$$

У баштових кранів контролюється вертикальне переміщення кінця стріли.

Для визначення пружних переміщень у стрижневих системах у будівельній механіці отримана універсальна формула, що одержала назву формула Мору.

9.1 Універсальна формула Мору для визначення переміщень у стрижневих пружних системах

Якщо система має у своєму составі “n” стрижнів, то переміщення заданій точці “z”, у заданому напрямку “Δ”, від заданого навантаження визначається формулою Мору, що отримана в опорі матеріалів:

$$\Delta c = \sum_1^n \int_0^l \frac{M_p \cdot M_1}{E \cdot I} \cdot dx + \sum_1^n \int_0^l \frac{k \cdot Q_p \cdot Q_1}{G \cdot F} \cdot dx + \sum_1^n \int_0^l \frac{N_p \cdot N_1}{E \cdot F} \cdot dx \quad (7)$$

де l - довжини стрижнів;

M_p , N_p , Q_p – функції зміни згинальних моментів, поздовжніх і поперечних сил по довжині стрижнів від заданого навантаження;

M_1 , N_1 , Q_1 – функції зміни згинальних моментів поздовжніх і поперечних сил по довжині стрижнів, від безрозмірного одиничного навантаження (одиничної сили або одиничного моменту), прикладених у точці c у напрямку переміщення Δc ;

E, G – модулі пружності першого й другого роду, для сталі: $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $G = 0,7 \cdot 10^5$ МПа;

I, F - моменти інерції й площі поперечних перерізів стрижнів відповідно;

x - поточна координата положення перетину по довжині стрижнів;

k – так званий коефіцієнт форми перетину (для прямокутника $k=1,2$; для кола $k = \frac{10}{9}$; для двотаврів і швелерів k рівняється відношенню площі всього перетину до площі стінки)..

9.2 Обчислення інтегралів Мору за правилом Верещагіна

У реальних системах перетин по довжині стрижня не міняється, тоді величини жорсткості $\frac{I}{E \cdot I}$, $\frac{I}{E \cdot F}$, $\frac{I}{G \cdot F}$, можна винести за знаки інтегралів, тоді формула (1) прикмет вид:

$$\Delta c = \sum_1^n \frac{1}{E \cdot I} \int_0^l M_p \cdot M_1 \cdot dx + \sum_1^n \frac{1}{G \cdot F} \int_0^l k \cdot Q_p \cdot Q_1 \cdot dx + \sum_1^n \frac{1}{E \cdot F} \int_0^l N_p \cdot N_1 \cdot dx \quad (8)$$

У цих інтегралах під інтегралами коштують добутку двох функцій. Одна функція, отримана з розгляду стану заданого навантаження, а друга - з одиничного навантаження.

Оскільки одиничне навантаження утвориться одиничною силою або одиничним моментом, епюри, від яких завжди лінійні, те в підінтегральних вираженнях друга функція завжди лінійна. Ця обставина дозволяла запропонувати спрощену методику обчислення інтегралів Мору, шляхом перемножування епюр назва, що одержала, правило Верещагіна.

Відповідно до цього правила інтеграл Мору дорівнює добутку площі епюри від зовнішнього навантаження на ординату епюри від одиничної сили, узятую під центром ваги першої епюри. Площі й положення центрів мас для типових епюр згинальних моментів наведені на рисунку 32

$$\bar{I} = \omega_p \cdot h_{y,m} \quad (9)$$

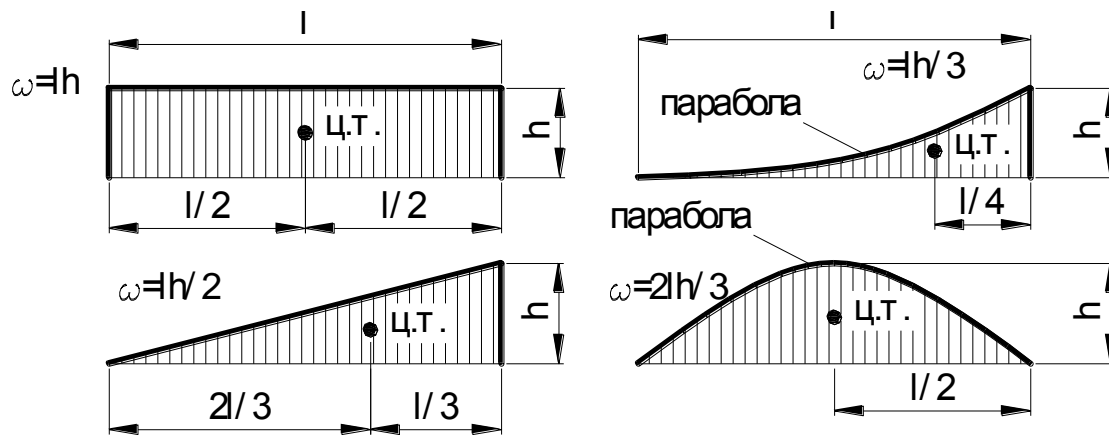


Рис.32 Перемножування епюр за правилом Верещагіна

В опорі матеріалів і будівельній механіці існують готові таблиці результатів перемножування епюр різних форм.

9.3 Окремі випадки формули Мору

9.3.1 Формула Мору для балок

У балках основним внутрішнім силовим фактором є згинальний момент, а поперечні й поздовжні сили практично не роблять впливу на прогин, а тому ними можна зневажити. Тоді у формулі Мору залишається тільки перший інтеграл. Крім того, оскільки балка є одиничний стрижень, то знак суми буде відсутній, тоді формула Мору для балок прийме вигляд:

$$\Delta c_6 = \frac{1}{E \cdot I_0} \int_0^l M_p \cdot M_1 \cdot dx \quad (10)$$

9.3.20 Формула Мору для ферм

У стрижнях ферм при правильному проектуванні діють тільки поздовжні сили, а згинальні моменти й поперечні сили відсутні. Тоді у формулі Мору залишиться тільки другий інтеграл. Крім того, поздовжні сили завжди постійні по

довжині стрижнів, а тому добуток N_p помножене на N_1 можна винести за знак інтеграла, а інтеграл:

$$\int_0^l dx = l.$$

Тоді формула Мору для ферм одержить вид:

$$\Delta c_\phi = \sum_1^n \frac{N_p \cdot N_1}{E \cdot F} \cdot l \quad (11)$$

Розрахунок по цій формулі рекомендується проводити у формі таблиці. Число рядків у цій таблиці завжди дорівнює числу навантажених стрижнів ферми.

Таблиця 1 - Результати розрахунку переміщень кінців стрижнів ферми по формулі Мору

Тип стрижня	Позначення стрижня	F, м ²	l, м	Зусилля, кН		$\frac{N_p \cdot N_1}{E \cdot F} \cdot l$
				N _p	N ₁	
1	2	3	4	5	6	7
Верхній пояс						
Нижній пояс						

Для обчислення шуканого переміщення необхідно скласти всі цифри в графі 7.

9.4 Визначення прогину ферм як прогинів еквівалентних балок

Визначення прогину ферм по формулі Мору у вигляді таблиці відрізняється значною трудомісткістю, а тому був запропонований наближений метод визначення прогину ферм як прогинів еквівалентних балок.

Еквівалентною називають таку балку, у якої прогин у даному перетині такої ж, як і у ферми при тій же прольоті й тих же навантаженнях. Завдання полягає у визначенні моменту інерції еквівалентних балок, після чого для обчислення балок можна скористатися формулою Мору для балок.

Оскільки прогин ферми визначається деформаціями поясних стрижнів і стрижнів грати, було запропоновано визначати момент інерції еквівалентної балки як момент інерції поясів ділений на коефіцієнт μ , що враховує вплив грат:

$$I_0 = \frac{I_n}{\mu}.$$

Величина коефіцієнта μ залежить від конструкції грат, і на практиці можна приймати $\mu = 0,15 \dots 0,4$.

Розглянемо поперечний переріз ферми, що складає з одних поясів.

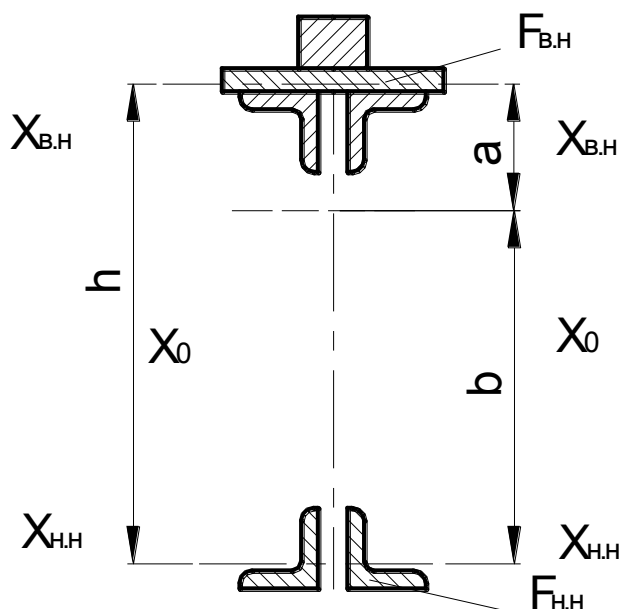


Рис. 33 Поперечний переріз ферми

Позначення на рис. 33:

$x_{в.п} - x_{в.п}$ – власна нейтральна вісь перетину верхнього пояса;

$x_{н.п} - x_{н.п}$ – власна нейтральна вісь перетину нижнього пояса;

$x_0 - x_0$ – нейтральна вісь усього перетину;

a, b - відстань нейтральної осі всього перетину до нейтральних осей, власних, поясів.

Момент інерції всього перетину буде дорівнює:

$$I_n = I_{в.п.} + F_{в.п.} \cdot a^2 + I_{н.п.} + F_{н.п.} \cdot b^2. \quad (12)$$

Практика показує, що власні моменти інерції вкрай незначні й ними можна зневажити, тоді одержимо:

$$I_n \approx F_{в.п.} \cdot a^2 + F_{н.п.} \cdot b^2 \quad (13)$$

Розглядаючи відстань a і b як координати всього перетину щодо осей $x_{в.п} - x_{в.п}$ і $x_{н.п} - x_{н.п}$ одержимо для них наступні вираження:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{F_{н.п.} \cdot h}{F_{н.п.} + F_{в.п.}}; \\ b &= \frac{F_{в.п.} \cdot h}{F_{н.п.} + F_{в.п.}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Підставляючи формули (2) у вираження (1) після перетворень одержимо остаточне вираження для моментів інерції поясів:

$$I_n = \frac{F_{н.п.} \cdot F_{в.п.} \cdot h^2}{F_{н.п.} + F_{в.п.}}. \quad (15)$$

10 Рішення задач будівельної механіки на ЕОМ методом кінцевих елементів (МКЕ)

У загальному випадку рішення задач будівельної механіки складається у визначенні внутрішніх силових факторів, напруг і деформацій навантажених розрахункових схем. Однак всі методи, які розроблені для цієї мети в будівельній механіці й опорі матеріалів призначені для ручного розрахунку (за допомогою калькулятора). Це обумовлено тим, що ці методи вимагають творчої участі людини виконавця, що полягає в аналізі проміжних результатів і внесення змін у подальший розрахунок, тобто вимагають мислення. ЕОМ на відміну від людини не може мислити, але вона може виконувати однотипні математичні операції з величезною швидкістю й без помилок, тому для того щоб використовувати в розрахунках ЕОМ необхідно розробити такі методи, при яких складний арифметичний розрахунок перетворився б у виконання однотипних математичних операцій. При цьому число таких операцій може бути як завгодно більшим. Саме із цією метою в будівельній механіці розроблений універсальний метод, що одержав назву метод кінцевих елементів (МКЕ).

Завдяки своїй універсальності й високій точності МКЕ знайшов всебітне визнання. У цей час всі види розрахунку на міцність та жорсткість і інших розрахунків у всіх галузях виконується винятково по методу кінцевих елементів. Особливо в таких галузях як літакобудування, ракетобудування, суднобудування й останнім часом і в кранобудуванні.

10.1 Ідея методу кінцевих елементів

Ідея МКЕ складається в уявному поділі монолітних конструкцій на елементи кінцевих розмірів і з'єднання їх в окремих точках. Після цієї процедури одержують так звану розрахункову схему МКЕ. Таким чином, вихідна розрахункова схема замінюється дискретною розрахунковою схемою МКЕ.

Розглянемо цю ідею на прикладі розрахунку тупикового упору для мостового крана.

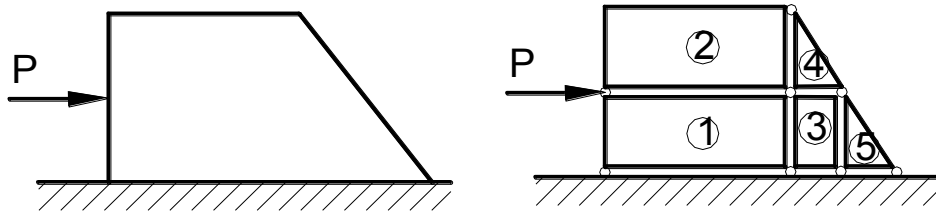


Рис. 34 Приклад розбивки упору на кінцеві елементи

Кінцівка розмірів елементів і дало назву методу.

У загальному випадку, мабуть, що дискретна розрахункова схема МКЕ являє собою статично невизначену систему й для її розкриття можна застосувати як метод сил, так і метод переміщень. Однак для ЕОМ більше зручним виявився метод переміщень.

Процедура поділу монолітної конструкції на елементи кінцевих розмірів одержала назву «дискретизація розрахункової схеми». Ця процедура по своїй суті для конструкції будь-якої конфігурації при будь-яких конфігураціях навантажень, що й надає МКЕ універсальність.

Відмінність у розрахунку конструкції різних форм полягає лише у використанні різних типів елементів і різних способів їхнього з'єднання між собою. Як кінцеві елементи стосовно до розрахунку металоконструкцій ПТБіБДМ використовується стрижень - плоский елемент прямокутної й трикутної форми.

Очевидно, що розрахункова схема МКЕ слабкіше вихідної. Таким чином, МКЕ в загальному випадку це наближений метод, у погрішності якого йде в запас надійності розрахунку. Також очевидно, що чим більшим числом кінцевих елементів апроксимується вихідна розрахункова схема й чим у більшій кількості точок елементи з'єднані між собою, тим точніше буде розрахунок.

10.2 Коротка характеристика МСЕ

Після процедури дискретизації вихідна розрахункова схема перетворюється в статично невизначену систему, для рішення якої приймається метод переміщень. У якості невідомих використовуються переміщення (кутові і лінійні), які прийнято позначати $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$. У прикладі з тупиковим упором у якості невідомих можна прийняти лінійне переміщення вузлів.

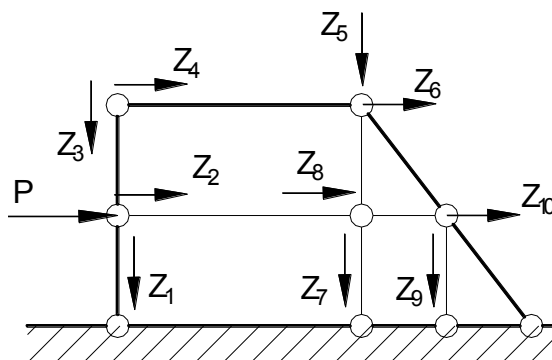


Рис. 35 Розрахункова схема із прикладеними зусиллями й невідомими переміщеннями

Для визначення невідомих переміщень складаються й вирішуються канонічні рівняння методу переміщень. Однак, ця система трохи відрізняється від загальноприйнятої в методі переміщень. Ця відмінність полягає в тому, що вільні члени переносять у праву частину, тому що вони являють собою навантаження, узяті зі знаком мінус. Це можливо завдяки тому, що зовнішні навантаження в МСЕ повинні бути прикладені тільки у вузлах. Таким чином, канонічні рівняння МСЕ в загальному виді будуть мати вигляд:

$$\left. \begin{aligned} R_{11} \cdot z_1 + R_{12} \cdot z_2 + \dots + R_{1j} \cdot z_j + \dots + R_{1n} \cdot z_n &= P_1 \\ R_{21} \cdot z_1 + R_{22} \cdot z_2 + \dots + R_{2j} \cdot z_j + \dots + R_{2n} \cdot z_n &= P_2 \\ \dots & \\ R_{i1} \cdot z_1 + R_{i2} \cdot z_2 + \dots + R_{ij} \cdot z_j + \dots + R_{in} \cdot z_n &= P_i \\ \dots & \\ R_{n1} \cdot z_1 + R_{n2} \cdot z_2 + \dots + R_{nj} \cdot z_j + \dots + R_{nn} \cdot z_n &= P_n \end{aligned} \right\} \cdot \quad (16)$$

Для зручності використання ЕОМ ці рівняння прийняте записувати в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \dots & R_{1j} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & \dots & R_{2j} & \dots & R_{2n} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & \dots & R_{3j} & \dots & R_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{i1} & R_{i2} & R_{i3} & \dots & R_{ij} & \dots & R_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & R_{n2} & R_{n3} & \dots & R_{nj} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \dots \\ \dots \\ z_i \\ \dots \\ \dots \\ z_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ \dots \\ P_i \\ \dots \\ \dots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Перша ліворуч матриця одержала назву матриця твердості для всієї конструкції. Елементи цієї матриці мають фізичний сенс реакцій у штучно накладених зв'язках, що ліквідують невідомі переміщення від невідомих переміщень рівних одиниці.

P_i – зовнішня сила, що прикладена в напрямку невідомого переміщення з індексом i .

Для обчислення елементів матриці твердості всієї конструкції використовується готове рішення для кінцевих елементів різних типів. Ці готові рішення отримані методом теорій пружності й представлені в матричній формі для конкретних типів елементів, ці матриці зберігаються в пам'яті ЕОМ. У результаті рішення канонічних рівнянь обчислюються невідомі переміщення, які потім перераховуються у внутрішні силові фактори й напруги. При цьому знову використовуються готові матриці твердості для елементів.

Список літератури: [1] с.44...47, с.74...83; [2] с.98...103; [7] с.3...22.

Питання для самоперевірки

1. Дайте визначення статично невизначеної системи. Приведіть приклад.
2. Що таке "зайві зв'язки"?
3. Які схеми статично невизначених систем найчастіше застосовуються в конструкціях ПТБІДМ?

4. На які навантаження працює статично невизначена рама?
5. Які методи розкриття статичної невизначеності ви знаєте?
6. Що приймається за невідомі в методі сил?
7. У чому складається ідея методу сил?
8. Поясніть фізичний зміст канонічних рівнянь методу сил.
9. Як визначити ступінь статичної невизначеності по методу сил?
10. Поясніть фізичний зміст коефіцієнти канонічних рівнянь методу сил.
11. Як обчислюються коефіцієнти канонічних рівнянь і вільні члени по методу сил.
12. Послідовність розрахунку статично невизначених систем по методу сил.
13. Що таке основна й еквівалентна система по методу сил? Приведіть приклад.
14. У чому складається ідея методу переміщень?
15. Що приймається за невідомі в методі переміщень?
16. Поясніть поняття "кінематична невизначеність".
17. Як знаходиться кількість лінійних і кутових переміщень?
18. Що таке основна система методу переміщень, приведіть приклад.
19. Чим відрізняються застосовувані закладення методу переміщень від загальноприйнятих в опорі матеріалів?
20. Який фізичний зміст канонічних рівнянь методу переміщень?
21. Який фізичний зміст коефіцієнтів канонічних рівнянь методу переміщень?
22. Як знаходять коефіцієнти канонічних рівнянь і вільні члени? Покажіть на прикладі.
23. Достоїнства й недоліки статично невизначених систем.
24. Що таке жорсткість системи?
25. У чому складається розрахунок на жорсткість?
26. Що таке формула Мору?
27. Що таке правило Верещагіна? Де й у якій ситуації воно використовується?
28. Які особливості формули мору для Ферм?
29. Дайте визначення еквівалентної балки.
30. Як визначається прогин ферми по методу еквівалентної балки?
31. Що таке метод кінцевих елементів?
32. З якою метою він був розроблений?
33. У чому складається ідея МКЕ?
34. Що таке кінцевий елемент?
35. Що таке дискретизація розрахункової схеми?
36. Що приймається за невідомі в МКЕ?
37. Загальний вид канонічних рівнянь МКЕ.
38. У чому полягає особливість додатка навантаження в МКЕ?
39. Яка вихідна інформація необхідна при розрахунку по МКЕ?

11 Основи розрахунку інженерних споруджень при дії рухомих навантажень

Дії рухомих навантажень піддаються металеві конструкції таких споруджень: мостові й козлові крани, кранові естакади, залізничні й автомобільні мости, мостові перевантажувачі. Звичайно рухоме навантаження являє собою систему паралельних зв'язаних між собою зосереджених сил. Таке рухоме навантаження в будівельній механіці одержало назву «поїзд» (рис. 36).

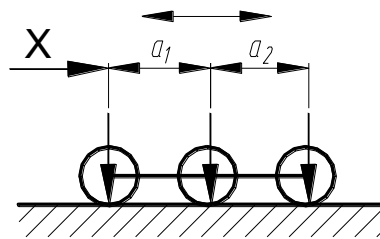


Рис.36 Система рухомих сил

При переміщенні «поїзда» по спорудженню в ньому безупинно будуть змінюватися опорні реакції й внутрішні силові фактори в елементах. Очевидно, що для правильного розрахунку спорудження на міцність необхідно знати опорні реакції й внутрішні силові фактори при будь-якому положенні «поїзда», що являє собою досить складне завдання.

Для рішення цього завдання в будівельній механіці розроблений універсальний метод, що одержав назву «метод ліній впливу».

11.1 Ідея методу ліній впливу

Ідея методу ліній впливу полягає в тому, що завдання визначення шуканого фактора при дії рухомого навантаження вирішується в 2 етапи. Під шуканим фактором будуть розумітися:

- опорні реакції;
- поперечні й поздовжні сили;
- згинальні моменти в елементах спорудження.

Етапи рішення:

I На першому етапі розрахунку не приймається в увагу не кількість рухомих навантажень, не їхні конкретні величини, не відстань між ними (параметри «поїзда»). Все рухоме навантаження замінюється одним безрозмірним вантажем;

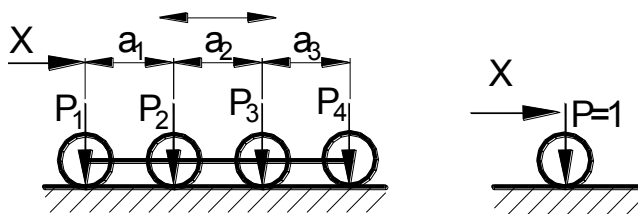


Рис.37 Заміна системи рухомих сил одиничною силою

Вводиться нове поняття «лінія впливу». **Лінією впливу шуканого фактора X називається графік залежності цього фактора від координати x положення одиничного вантажу на спорудженні. Тобто, лінія впливу - графік деякої функції:**

$$X = y \curvearrowright$$

Побудовою лінії впливу закінчується перший етап розрахунку.

II На другому етапі здійснюється повернення до фактичних навантажень, причому як до рухомих, так і нерухомих. Визначаються шукані фактори від фактичних навантажень (рухомих, нерухомих, розподілених) за допомогою лінії впливу. При цьому використовується відомий принцип незалежності дії сил (принцип суперпозиції). Шуканий фактор виходить множенням кожного фактичного навантаження на відповідні ординати лінії впливу з наступним підсумовуванням результату. При цьому рухоме навантаження роблять нерухомим, але неї встановлюють в особливе положення, так зване, «**розрахункове положення**».

Розрахунковим називають положення рухомого навантаження, при якому шуканий фактор одержує найбільш неприємні значення.

11.2 Загальний принцип побудови ліній впливу

Оскільки лінія впливу це графік, то для його побудови необхідно яким-небудь способом визначити координати декількох точок (для прямої лінії досить 2-х точок). Для цього складається аналітична залежність шуканого фактора від координати одиничного вантажу на спорудженні у вигляді формули (1), для чого використовуються методи теоретичної механіки.

Розглянемо цей принцип на конкретних спорудженнях для конкретних шуканих факторів.

11.3 Побудова ліній впливу опорних реакцій, поперечних сил і згинальних моментів для простих балок

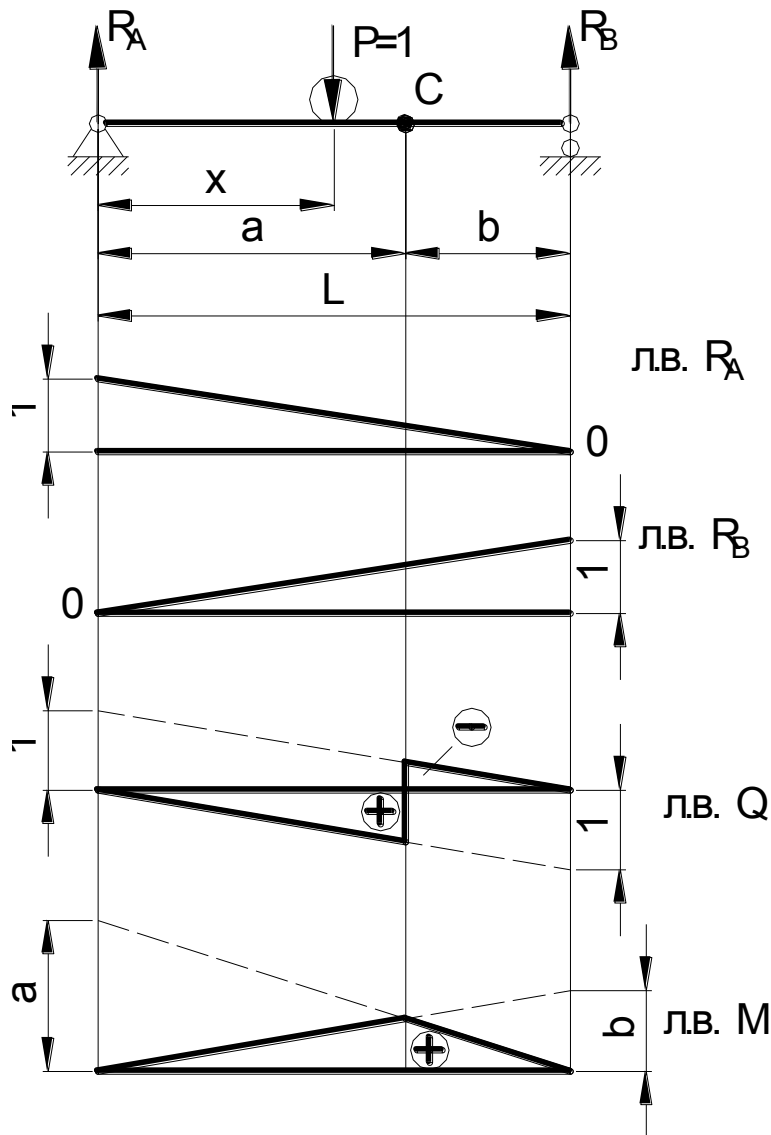


Рис. 38 Лінії впливу для простих балок

Лінії впливу опорних реакцій

Для одержання аналітичних залежностей опорних реакцій R_A і R_B від координати x скористаємося рівняннями рівностей нулю суми моментів всіх сил щодо опор B і A.

$$\sum M_B = R_A \cdot L - P \cdot (L - x) = 0;$$

$$\sum M_A = -R_B \cdot L + 1 \cdot x = 0$$

$$R_B = \frac{1 \cdot (L - x)}{L};$$

$$R_A = 1 \cdot \frac{x}{L};$$

$$x = 0 \rightarrow R_A = 1, x = L \rightarrow R_A = 0;$$

$$R_B = 1, x = L \rightarrow R_B = 0.$$

У цих формулах x має перший ступінь, а тому й графіки будуть прямі лінії (див. рис. 38).

Лінії впливу перерізної сили

З опору матеріалів відомо, що перерізна сила в даному перетині балки, є сума проєкцій всіх сил, узятя по одну сторону від перетину, на перпендикуляр у даному перетині до нейтральної осі балки. При цьому сила має **знак плюс, коли вона повертає балку щодо даного перетину за годинниковою стрілкою й знак мінус при повороті проти годинникової стрілки.**

Для одержання аналітичного вираження розглянемо 2 випадки:

1 Одиничний вантаж перебуває праворуч від перетину c . Проектуємо на перпендикуляр всі сили ліворуч:

$$c \leq x \leq L;$$

$$Q_c = R_A.$$

2 Одиничний вантаж ліворуч від перетину, проектуємо всі сили праворуч від перетину:

$$0 \leq x \leq c;$$

$$Q_c = -R_B.$$

Лінії впливу згинального моменту

Для одержання аналітичного вираження згинального моменту також існує 2 випадки:

1 Вантаж праворуч

$$c \leq x \leq L;$$

$$M_c = R_A \cdot a$$

2 Вантаж ліворуч

$$0 \leq x \leq L;$$

$$M_c = R \cdot b$$

Таким чином, ординати лінії впливу згинального моменту визначаються шляхом множення ординат лінії впливу відповідних опорних реакцій на постійні коефіцієнти a і b . На графіку величини a і b відкладаються в прийнятому масштабі довжини, де a і b відстань до перетину c , заданого, від лівої й правої опори відповідно.

11.4 Побудова лінії впливу зусиль у стрижнях балкових ферм

Для побудови лінії впливу необхідно одержати аналітичні вираження зусиль у відповідних стрижнях залежно від координати x - положення одиничного вантажу на фермі. Для цього скористаємося аналітичними методами визначення зусилля в стрижнях плоских ферм, тобто методом вирізання вузлів і методом наскрізних перетинів. На практиці найчастіше використовується метод наскрізних перетинів.

Розглянемо це питання на конкретних прикладах.

11.4.1 Побудова лінії впливу в стрижнях балкових ферм із трикутними ґратами

Нехай маємо балкову ферму із трикутними ґратами, показаної на рис. 39.

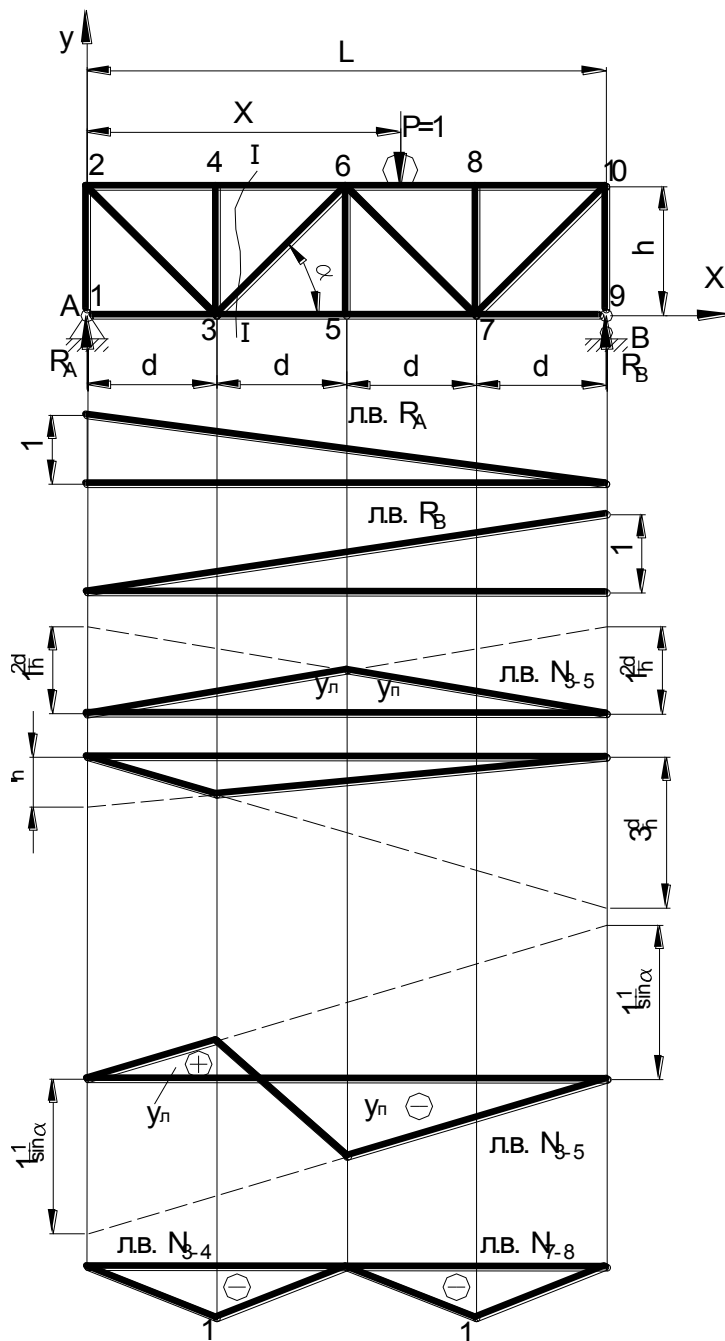


Рис. 39 Лінії впливу для балкової ферми із трикутними ґратами

Нехай необхідно побудувати лінії впливу зусилля в стрижнях, нижнього пояса N 3-5, верхнього пояса N 4-6, розкосу N 3-6 і стійок N 3-4, N 7-8. Попередньо будемо лінії впливу опорних реакцій R_A і R_B , як для простої балки.

11.4.1.1 Лінія впливу зусилля в стрижні нижнього пояса N 3-5

Проводимо наскрізний перетин I-I , для стрижня 3-5 моментна точка буде перебувати у вузлі 6. Для одержання аналітичного вираження розглянемо 2 випадки:

1 Одиничний вантаж рухається праворуч від розрізаної панелі (від вузла 6 до вузла 10). Розглядаємо рівновагу лівої відсіченої частини, запишемо рівняння всіх сум моментів сил, що діють на цю частину відносно моментної точки 6.

$$\sum M_6 = R_A \cdot 2d - N_{3-5} \cdot h = 0;$$

$$N_{3-5} = R_A \cdot \frac{2d}{h}.$$

Таким чином, вантаж рухається праворуч від розрізаної панелі лінія впливу.

Лінія впливу реакції R_A , ордината якої помножена на постійний коефіцієнт $\frac{2d}{h}$.

2 Одиничний вантаж рухається ліворуч від розрізаної панелі. Розглядаємо рівновагу правої відсіченої частини, записуємо рівняння суми моментів щодо тої ж точки 6.

$$\sum M_6 = -R_B \cdot 2d + N_{3-5} \cdot h = 0;$$

$$N_{3-5} = R_B \cdot \frac{2d}{h}.$$

Таким чином, для побудови лінії впливу необхідно ординати лінії впливу

лінії R_B помножити на коефіцієнт $\frac{2d}{h}$.

11.4.1.2 Лінія впливу в стрижні пояса N 4-6

Скористаємося тим же наскрізним перетином I-I. Для стрижня 4-6 моментна точка буде у вузлі 3. Для одержання аналітичного вираження також розглянемо 2 випадки:

1 Одиничний вантаж рухається праворуч від розрізаної панелі. Становимо рівняння суми моментів відносно моментної точки для лівої відсіченої частини ферми:

$$\sum M_3 = R_A \cdot d + N_{4-6} \cdot h = 0 ;$$

$$N_{4-6} = -R_A \cdot \frac{d}{h} .$$

Таким чином, поки вантаж із права від перетину для побудови шуканої лінії впливу необхідні ординати реакції R_A помножити на $\frac{d}{h}$ й взяти зі зворотним знаком.

2 Одиничний вантаж рухається ліворуч від розрізаної панелі, становимо суму моментів відносно моментної точки для правої відсіченої частини ферми:

$$\sum M_3 = -R_B \cdot 3d - N_{4-6} \cdot h = 0 ;$$

$$N_{4-6} = -R_B \cdot \frac{3d}{h} .$$

Таким чином, для побудови шуканої лінії впливу необхідно взяти зі знаком мінус лінію впливу опорної реакції R_B і всі ординати помножити на коефіцієнт $\frac{3d}{h}$.

11.4.1.3 Лінія впливу зусилля в розкосі N 3-6

Цей стрижень також потрапив у наскрізний перетин I - I. Однак моментна точка для цього стрижня відсутня, тому для одержання аналітичного вираження скористаємося рівнянням сум проєкцій всіх сил на вісь у для кожної відсіченої частини.

Так само будемо розглядати 2 випадки:

1 Одиничний вантаж рухається праворуч від розрізаної панелі (від крапки 6 до 10), запишемо рівняння для лівої відсіченої частини:

$$\sum P_y = R_A + N_{3-6} \cdot \sin \alpha = 0 ;$$

$$N_{3-6} = -R_A \cdot \frac{1}{\sin \alpha} .$$

Таким чином, поки вантаж рухається праворуч лінія впливу зусилля в розкосі визначається лінією впливу реакції R_A з зворотним знаком, всі ординати

якої помножені на $\frac{1}{\sin \alpha}$.

2 Одиничний вантаж рухається ліворуч від розрізаної панелі, сума проєкцій всіх сил, що діють на праву відсічену частину, на вісь y буде дорівнює:

$$\sum P_y = R_B - N_{3-6} \cdot \sin \alpha = 0 ;$$

$$N_{3-6} = R_B \cdot \frac{1}{\sin \alpha} .$$

Таким чином, для лінії впливу ординати реакції R_B необхідно помножити на $\frac{1}{\sin \alpha}$ з тим же знаком.

11.4.1.4 Лінії впливу в межах розрізаної панелі

Оскільки всі лінії впливу за межами розрізаної панелі мають лінійний обрис, то й лінії впливу в межах розрізаної панелі повинні бути прямими лініями. У будівельній механіці вони одержали назву «перехідні прямі», для їхньої побудови необхідно крайні ординати розрізаної панелі (ул і уп) з'єднати прямими лініями.

11.4.1.5 Лінії впливу для стійок (стрижні 1-2, 7-8, 3-4, 5-6, 9-10)

Подумки вирізуючи вузли 1 і 9, і проектуючи всі сили на вісь y , можна сказати, що лінії впливу зусиль у стрижнях 1–2 і 9–10 повністю визначаються лініями впливу опорних реакцій R_A і R_B зі зворотним знаком.

З умови рівноваги вузла 5 можна сказати, що стрижень 5-6 нульової.

Для побудови лінії впливу зусиль у стійках 3–4, 7–8 розглянемо стрижні верхнього пояса як балки, які вільно обперті на вузли 2, 4, 6, 8, 10. Для цих балок побудуємо лінії впливу опорних реакцій опор у вузлах 4 і 8. Вони й будуть лініями впливу в стійках N 3-4 і N 7-8.

11.4.2 Особливості побудови лінії впливу зусиль у стрижнях балкових ферм із розкосими ґратами

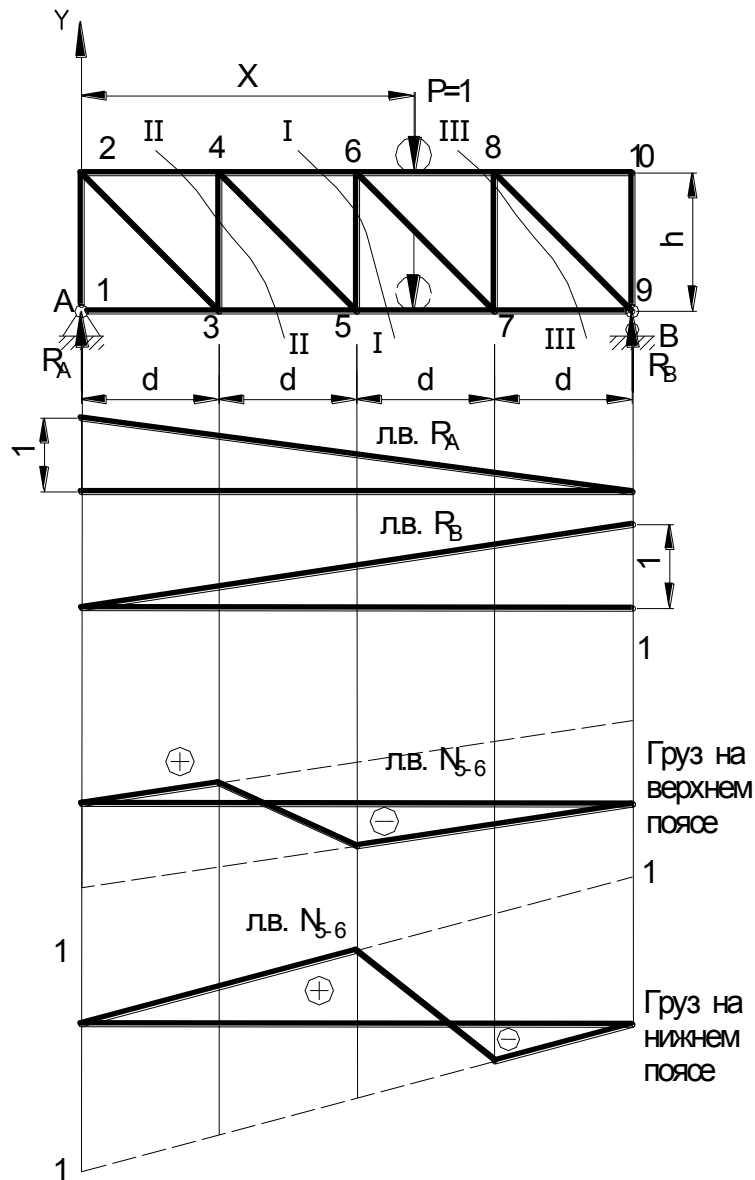


Рис. 40 Лінії впливу зусиль у стрижнях балкові ферми з розкісними ґратами

Нехай необхідно побудувати лінію впливу зусилля в стійці 5, 6 для ферми показаної на малюнку. Спосіб одержання аналітичних виражень залишається таким, як і для ферм із трикутними ґратами, тому методика побудови лінії впливу для поясних стрижнів і розкосів залишається такий же, як і для ферми із трикутними ґратами.

Основна відмінність побудови лінії впливу для ферм із розкосими ґратами складається в методі побудови лінії впливу зусиль у стійках. Для одержання аналітичних виражень зусилля в стійці, у цьому випадку необхідно проводити спеціальні наскрізні перетини. Наприклад, для стійки 5, 6 проводимо наскрізний перетин I-I. Моментная точка для стрижня 5-6 відсутня, тому для одержання

аналітичного вираження скористаємося рівнянням рівності нулю суми проєкцій на вісь у всіх сил, що діють на відсічену частину. Також як і в попередньому випадку розглянемо 2 випадки:

1 Одиничний вантаж рухається праворуч від розрізаної панелі, розглянемо ліву відсічену частину.

Вантаж праворуч

$$\sum P_y = 0;$$

$$R_A + N_{5-6} = 0;$$

$$N_{5-6} = -R_A.$$

2 Одиничний вантаж ліворуч

$$\sum P_y = 0;$$

$$R_B - N_{5-6} = 0;$$

$$N_{5-6} = R_B.$$

Таким чином, лінія впливу в стійці повністю визначається опорними реакціями. Очевидно, що для побудови лінії впливу зусилля в стійці 3-4 необхідно провести наскрізний перетин II-II, а в стійці 7-8 -III-III. Всі інші міркування залишаються колишніми.

Відмінність лінії впливу в стійках при русі одиничного вантажу по верхньому й нижньому поясі

Аналізуючи формули (1), (2) можна бачити, що аналітичні вираження не залежать від того, по якому поясі рухається вантаж. Однак, при цьому змінюється положення розрізаної панелі: при русі по верхньому поясі вона між вузлами 4-6, при русі по нижньому - 5-7.

11.4.3 Особливості побудови лінії впливу зусиль у стрижнях консольних ферм

У загальному випадку для консольних ферм лінії впливи будуються по тим правилам, що й для балок, однак при цьому є свої особливості, які розглянемо на конкретному прикладі.

Нехай необхідно побудувати лінію впливу для зусиль у стрижнях 4-6, 5-6, 5-7 ферми показаної на малюнку. Проводимо наскрізний перетин I-I. Для стрижня 4-6 моментна точка буде у вузлі 5. Розглядаємо праву частину ферми, залишивши на ній одиничний вантаж.

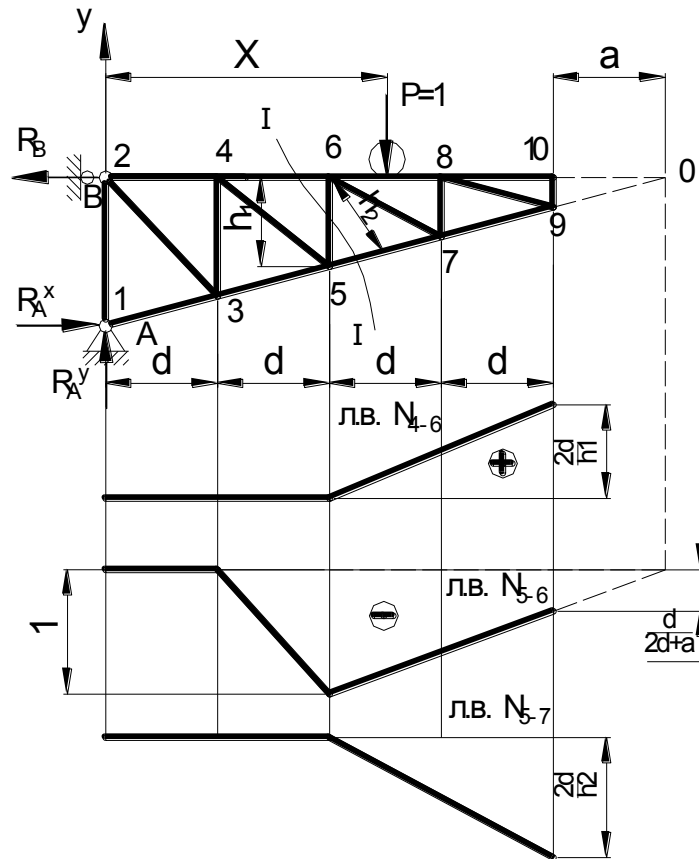


Рис. 41 Лінії впливу зусиль у стрижнях консольні ферми

Записуємо рівняння суми моментів:

$$\sum M_5 = 0;$$

$$-N_{4-6} \cdot h_1 + 1 \cdot (-2d) = 0;$$

$$N_{4-6} = \frac{1 \cdot (-2d)}{h_1}.$$

У цьому випадку можливі два положення вантажу на консолі

$$1) \ x = 2d, \ N_{4-6} = 0.$$

$$2) x=4d, \quad N_{4-6} = \frac{2d}{h_1}.$$

Для стрижня 5-6 моментна точка буде у вузлі 0. Так само розглядаємо відсічену частину, зберігши на ній вантаж. Записуємо рівняння суми моментів:

$$\sum M_0 = 0;$$

$$-N_{5-6} \cdot (d+a) - (d+a-x) \cdot 1 = 0;$$

$$N_{5-6} = -1 \cdot \frac{4d+a-x}{2d+a}.$$

Можливі два положення вантажу на консолі

$$1) x=2d, \quad N_{5-6} = -1.$$

$$2) x=4d, \quad N_{5-6} = -\frac{a}{2d+a}.$$

Для стрижня 5-7 моментна точка буде у вузлі 6. Також розглядаємо праву відсічену частину, зберігши на ній вантаж.

Записуємо рівняння суми моментів відносно моментної точки 6.

$$\sum M_6 = 0;$$

$$N_{5-7} \cdot h_2 - (-2d) \cdot 1 = 0;$$

$$N_{5-7} = -1 \cdot \frac{(-2d)}{h_2}.$$

Можливі два положення вантажу на консолі

$$1) x=2d, \quad N_{5-7} = 0.$$

$$2) x=4d, \quad N_{5-7} = -\frac{2d}{h_2}.$$

Таким чином, для консольних ферм побудова лінії впливу мають такі особливості:

1 При використанні наскрізного перетину розглядається тільки відсічена частина з боку консолі;

2 Одиничну силу завжди залишають на розглянутій частині. А не відкидають;

3 Лінії впливу опорних реакцій не потрібні.

11.4.4 Особливості побудови лінії впливу зусиль у стрижнях ферм із додатковими ґратами

Додаткові ґрати встановлюють у балкових фермах уздовж стислого пояса з метою поліпшення роботи поясних стрижнів на стійкість. Ніякого розвантаження додаткові ґрати стрижням не дає.

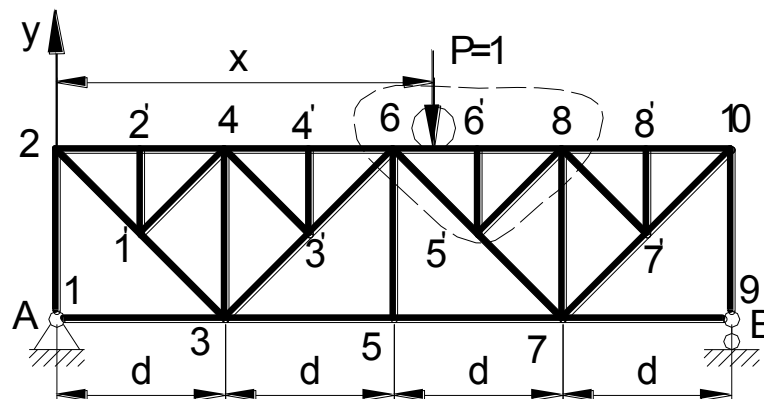


Рис. 42 Лінії впливу зусиль у стрижнях шпренгельні ферми

У таких фермах можна виділити 3 види стрижнів:

I стрижні приналежній тільки основній фермі, це – всі стрижні нижнього пояса, всі стійки й ділянки розкосів: 1/ – 3, 3 – 3/, 5/ – 7, 7 – 7/.

II Стрижні приналежним тільки додатковим ґратам: 1/– 2/, 1/– 4, 3/– 4/, 3/– 4, 5/– 8, 5/– 6/, 8 – 7/, 7/ – 8/.

III Стрижні приналежні до основної й додаткової ферми одночасно. Це всі стрижні верхнього пояса й ділянки розкосів: 1/ – 2, 3/ – 6, 5/ – 6, 7/ – 10.

Очевидно, що лінії впливу для стрижнів I-Го типу будується за загальними правилами, як для основної ферми без обліку додаткових ґрат.

Для стрижнів II-Го типу лінії впливи будуються як для окремих трикутних ферм, що опираються на вузли основної ферми.

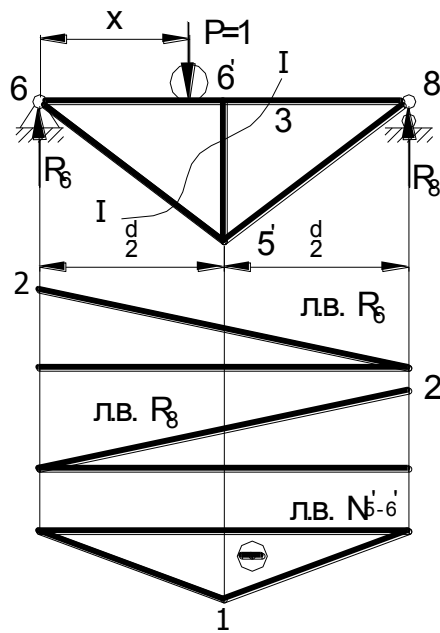


Рис. 43 Лінії впливу зусиль у додаткових ґратах

Для побудови лінії впливу в такій фермі звичайно використовується метод наскрізного перетину, з наступним складанням рівняння моментів відносно моментної точки.

Наприклад, для стрижня 5/ – 6 і 6/ – 8 проводимо наскрізний перетин I – I. Моментна точка для стрижня 5/ – 6 буде у вузлі 6/, для стрижня 6/ – 8 у вузлі 5/.

Для стрижнів III-го типу лінія впливу будується шляхом підсумовування ординат лінії впливу, побудованих окремо для стрижнів I-го й II-го типу.

Докладно дивися підручник Вершинський, Гогхберг стор.29 - 31.

11.5 Визначення шуканого фактора від фактичних навантажень по лінії впливу

Для цієї мети використовується розрахункова процедура, що одержала назву «завантаження лінії впливу». Вона полягає в тому, що вектори сил зовнішнього навантаження переносяться по лініях їхньої дії й установлюються безпосередньо на контур лінії впливу.

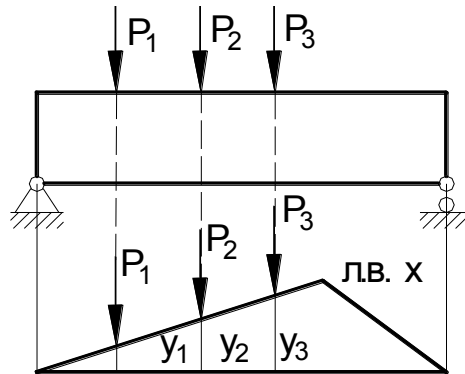


Рис.44 Завантаження лінії впливу зосередженими силами

У загальному випадку, на спорудження можуть діяти 3 види навантажень: нерухомо зосереджені сили, рівномірно розподілене навантаження й рухома система зв'язаних зосереджених сил.

Якщо для даного шуканого фактора побудована лінія впливу, то обчислення шуканого фактора від кожного із цих видів навантаження здійснюється дуже просто, шляхом множення сил на відповідні ординати лінії впливу й наступного підсумовування цих добутків.

Розглянемо окремо всі 3 види навантаження:

I На спорудження діє кілька нерухомих зосереджених сил. Тоді відповідно до принципу незалежності дії сил (принципу суперпозиції) шуканий фактор буде дорівнює сумі добутків цих сил на відповідні ординати лінії впливу:

$$x = P_1 \cdot y_1 + P_2 \cdot y_2 + P_3 \cdot y_3$$

18)

При довільному числі сил рівному «n»:

$$x = \sum_1^n P_i \cdot y_i$$

19)

II Спорудження навантажене рівномірним розподіленим навантаженням інтенсивністю q , на ділянці від a до b .

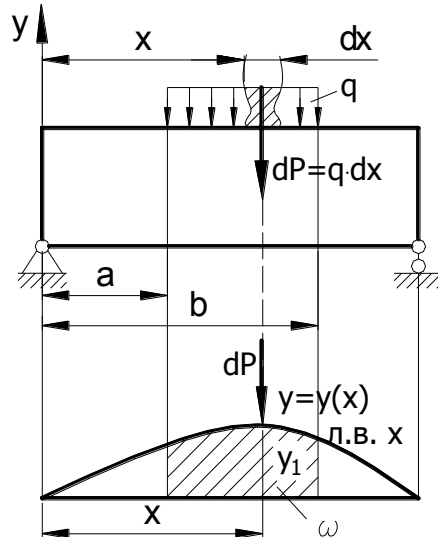


Рис. 45 Завантаження лінії впливу розподіленим навантаженням

Виділимо в межах навантаженої ділянки спорудження поперечний переріз із координатою x . Поблизу цього перетину виділимо другий перетин на нескінченно малій відстані dx . Завдяки тому, що довжина ділянки dx нескінченно мала, що припадає на нього розподілене навантаження можна замінити зосередженою силою:

$$dP = q \cdot dx$$

Тоді можна скористатися формулою (1) і записати що:

$$dX = dP \cdot y = q \cdot dx \cdot y$$

Для знаходження повного шуканого фактора це вираження потрібно проігнорувати:

$$X = \int_a^b q \cdot y \cdot dx = q \int_a^b y \cdot dx$$

Вхідний у це вираження інтеграл являє собою площу обкреслену лінією впливу на ділянці розподіленому навантаженню, що прийняте позначати через ω . Тоді остаточно одержимо:

$$x = q \cdot \omega. \quad (23)$$

Таким чином, шуканий фактор від рівномірно розподіленого навантаження дорівнює добутку її інтенсивності на площу обмеженою лінією впливу на ділянці навантаження. При цьому площа може бути як позитивною, так і негативною, при цьому, якщо на одній і тій же лінії впливу є позитивні й негативні ділянки, то результуюча площа може бути рівною 0 (якщо площа негативною ділянки дорівнює площі позитивної ділянки).

III На спорудження діє рухлива система зосереджених зв'язаних між собою сил. У цьому випадку для завантаження лінії впливу рухоме навантаження встановлюють нерухомо, у так зване «розрахункове положення».

Розрахунковим називають таке положення рухомого навантаження, при якому шуканий фактор приймає найбільш несприятливе значення (для внутрішніх силових факторів це максимальне значення).

У практиці кранобудування найчастіше мають місце лінії впливу, що мають трикутний обрис, тому розрахункове положення рухомого навантаження будемо визначати тільки для лінії впливу трикутного обрису.

Цілком очевидно, що якщо по спорудженню рухається одна зосереджена сила P , а лінія впливу має трикутний обрис, то в розрахунковому положенні рухлива сила повинна перебувати на вершині лінії впливу.

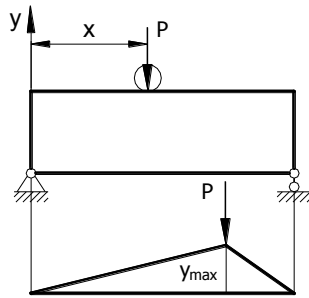


Рис. 46 Завантаження лінії впливу однією зосередженою силою

Максимальне значення шуканого фактора

$$x_{\max} = P \cdot y_{\max}$$

При великому числі зосереджених рухливих сил визначення розрахункового положення вимагає проведення спеціального аналізу.

Для випадку трикутного обрису лінії впливу, для рішення цього питання в будівельній механіці доведено 2 теореми:

Теорема I: якщо по спорудженню рухається кілька зв'язаних зосереджених сил (поїзд), те в розрахунковому положенні одна із сил повинна перебувати над лінією впливу. Ця сила одержала назву «критичний вантаж».

Критичний вантаж можна визначити шляхом перебору сил, установлювання над лінією впливу. Критичної буде та сила при установці, який над вершиною лінії впливу результуючий шуканий фактор прийме максимальне значення.

Теорема II: якщо по спорудженню рухаються дві рівні зв'язані зосереджені сили, то в розрахунковому положенні одна із сил повинна бути над вершиною лінії впливу, а друга звернена убік більше віддаленої опори.

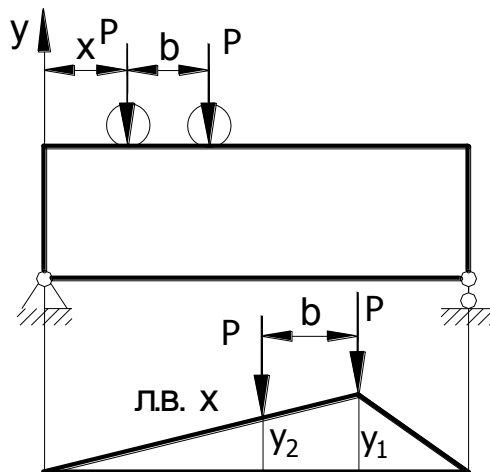


Рис. 47 Завантаження лінії впливу системою із двох зосереджених сил

$$x = P \cdot y_1 + P \cdot y_2 = P \cdot (y_1 + y_2)$$

Литература

Основна

- 1 Вершинский В.А. Строительная механика и металлические конструкции. – Л.: Машиностроение, 1984. – 231 с.
- 2 Богуславский п.Е. Металлические конструкции грузоподъемных машин и сооружений. – М.: Машгиз, 1961. – 519 с.
- 3 Гохберг М.М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. – Л.: Машиностроение, 1976. – 456 с.
- 4 Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине “Строительная механика и метал. конструкции ПТМ” для студентов спец. 7.090214/сост. В.С. Шнюков. – Краматорск: ДГМА, 1997 – 52 с.
- 5 Методические указания к курсовой работе по дисциплине “Строительная механика и метал. конструкции ПТМ” для студентов спец. 7.090214/сост. В.С. Шнюков. – Краматорск: ДГМА, 1996 – 40 с.
- 6 Методические указания к курсовой и самостоятельной работе по дисциплине “Проектирование метал. конструкций”, “Расчет решетчатых металлоконструкций на ЭВМ методом конечных элементов” /сост. В.С. Шнюков и В.А. овчаренко . – Краматорск: ДГМА, 1999 – 24 с.
- 7 Металлические конструкции строительных и дорожных машин /Под ред. В.П. Ряхина – М.: Машиностроение, 1972. – 312 с.
- 8 Живейнов Н.Н. и др. Строительная механика и металлоконструкции строительных и дорожных машин. Учебник для вузов /Н.Н. Живейнов, Д.Н. Капасов, И.Ю. Цвест. –М.: Машиностроение, 1998. – 280 с.

Додаткова

- 9 Металлические конструкции. Общий курс: Учебник для вузов/Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведерников и др. Под общ. ред. Е.И. Беленя. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1986. – 560 с.
- 10 Мельников Н.П. Металлические конструкции: Современное состояние и перспективы развития. – М.: Стройиздат, 1983. – 543 с.
- 11 Баженов В.А., Дашенко О.Ф., Коломієць Л.В., Ухов О.В. Будівельна механіка та металеві конструкції: Підручник. – Одеса: Астропрінт, 2001. – 432 с.
- 12 Строительная механика / А.В. Дарков, Г.К. Клейн, В.И. Кузнецов и др. Под ред. А.В. Даркова. 7-е изд. М.: Высшая школа, 1976. – 600 с.
- 13 Справочник по кранам: В 2 т. Т.1 /В.И. Брауде, М.М. Гохберг, И.Е. Звягин и др.; Под общ. ред. М.М. Гохберга. – М.: Машиностроение, 1988. – 536 с.
- 14 Шабашов А.П., Лысяков А.Г. Мостовые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1980. – 304 с.
- 15 Абрамович И.И., Котельников Г.А. Козловые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1983. – 232 с.

16 Мостовые перегружатели /Беглов Б.В., Кох П.И., Онищенко В.И., Окулов Д.П., Эбич Р.Д. – М.: Машиностроение, 1988. –224 с.

17 Невзоров Л.А., Зарецкий А.А., Волин Л.М. и др. Башенные краны. – М.: Машиностроение, 1979. – 522 с.

18 Федосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1967. – 552 с.

19 Курсовое проектирование грузоподъемных машин: учеб. пособие для студентов машиностр. спец. вузов /С.А. Казак В.Е., Дусье Е.С., Кузнецов и др.; Под ред. С.А. Казака. – М.: Высшая школа, 1989. – 319 с.